

2012

ROČNÍK 3

ČÍSLO 3

LOGOS POLYTECHNIKOS

V Š P

J

Vysoká škola
polytechnická
Jihlava

Vážení čtenáři,

třetí číslo odborného časopisu LOGOS POLYTECHNIKOS, který vydává jako čtvrtletník Vysoká škola polytechnická Jihlava, je již tradičně tematicky zaměřeno na prezentaci výsledků tvůrčí a odborné činnosti akademických pracovníků vysokých škol z oblasti ekonomiky a matematiky.

I z většiny příspěvků tohoto čísla je jasné patrné, jak významnou roli hrají nejrůznější matematické a statistické metody v problematice související s ekonomikou, managementem a marketingem. Jsem proto velmi rád, že Vysoká škola polytechnická Jihlava dává na stránkách svého odborného periodika dostatek prostoru k tomu, aby mohla být ona významná úloha matematiky a statistiky v ekonomických oborech plně demonstrována.

Dovoluji si ovšem v této souvislosti vyslovit i obavu, že se poslední dobou v doporučených studijních plánech ekonomicky zaměřených studijních oborů některých českých vysokých škol nenalézá pro matematické předměty dostatečný prostor. Tím více oceňuji, že Vysoká škola polytechnická Jihlava se tomuto poněkud silně krátkozrakému a podle mého názoru často ryze populistickému trendu nepřizpůsobila.

Časopisu LOGOS POLYTECHNIKOS přeji do budoucna dostatek kvalitních a poutavých příspěvků a hodně spokojených čtenářů.

Radek Stolín
vedoucí katedry matematiky
Vysoká škola polytechnická Jihlava

ADAM BOROVIČKA

Vytváření investičního portfolia s ohledem na objem informací od investora 5

ROMAN FIALA, JANA BORŮVKOVÁ, MARTIN PROKOP

Inter-organizational Trust, Interpersonal Trust and Costs of Negotiation 24

ANDREA FURKOVÁ, KVETOSLAVA SURMANOVÁ

Parametrické vs. neparametrické benčmarkingové metody na odhad efektivity 33

VLADISLAV CHÝNA

Řešení problému kulatého stolu pomocí binárních proměnných na příkladu pohádky „O dvanácti měsíčkách“ 47

MILOŠ KAŇKA, EVA KAŇKOVÁ

Weingarten Map Applied on Some Examples of Production Functions..... 59

LUKÁŠ KUČERA

Analýza atraktivity věrnostních programů obchodních řetězců 69

PETR MUSIL

Na pokraji zdrojů – aneb proč malthusiánství stále selhává 79

JANA PATAKYOVÁ, MARIAN REIFF

Riešenie viackriteriálneho job shop problému rozvrhovania pomocou hybridného algoritmu 91

LUKÁŠ KUČERA, GABRIELA ŠVEJDOVÁ

Vliv ekonomické krize na vývoj zadluženosti domácností v České republice..... 99

Vytváření investičního portfolia s ohledem na objem informací od investora

Adam Borovička

Vysoká škola ekonomická, Katedra ekonometrie

Abstrakt

Příspěvek se zabývá vytvářením investičního portfolia. Investor se rozhoduje vložit své volné finanční prostředky do akcií na Burze cenných papírů Praha v rámci Systému pro podporu trhu akcií a dluhopisů. Volíme dva typy investorů – orientovaný na dividendový výnos, orientovaný na kapitálový výnos. Vybíráme 8 kritérií, která jsme uznali za vhodné brát v potaz v proceduře investičního rozhodování. Aplikujeme několik metod vícekritériálního programování, které se odlišují množstvím informací vyžadovaných od rozhodovatele. Cílem je určení “optimální” struktury investičního portfolia a vyhodnocení dopad informačního toku na výsledné portfolio. Konkrétní využití metody podávají různé výsledky, různé podoby investičního portfolia. Obecně pozitivní vliv většího množství informací ze strany investora na sledované vlastnosti portfolia nebyl potvrzen.

Klíčová slova

Vícekritériální rozhodování, informační tok, portfolio.

Úvod

Rozhodování, rozhodnutí, rozhodnout se – pojmy, které doprovázejí na cestě životem každého z nás. Obecně jedinec volí vždy takovou alternativu, která mu poskytuje největší užitek. V mnoha případech se jedná o velice složité a komplexní problémy, které jsou bez použití vhodných modelů jakožto prostředníků mezi teorií a realitou složitě řešitelné. V obdobné situaci stojí i investoři, kteří se rozhodují, do jakých akciových titulů na burze budou investovat.

Vzijme se do role movitého investora, který by rád nakoupil akcie společností emitované na pražské burze. Jelikož upřednostňuje emise velkých firem s možností investice v řádech desítek milionů korun, vydává se do „nejkvalitnějšího“ segmentu českého burzovníctví – Systému pro podporu trhu akcií a dluhopisů. Investor při sestavování portfolia sleduje určité hodnotící charakteristiky a klade kvantitativní omezení, která jsou vlastní jeho investičnímu naturelu. V tomto duchu analyzujeme chování investora orientujícího se na dividendový výnos a investora zaměřeného na kapitálové zisky. Při proceduře „optimalizace“ akciového portfolia navštívíme oblast teorie rozhodování, konkrétně využijeme některé metody vícekritériálního

programování poskytující rozhodovateli (investorovi) obrázek o zamýšleném nákupu akcií. Cílem práce bude nejen vytvoření portfolia, ale hlavně pohled na investiční situaci z hlediska informačního toku mezi rozhodovatelem¹ (investorem) a analytikem² a jeho vlivu na výslednou skladbu investičního portfolia. K tomuto účelu využijeme metody s různou měrou zapojení investora v průběhu tvoření portfolia z pohledu poskytování informace o jeho preferencích.

Vede komunikace a aktivní zapojení investora do investičního procesu k vytvoření portfolia s lepšími hodnotami sledovaných charakteristik? Poskytne jeden z vybraných přístupů, metoda minimální komponenty, nejširší skladbu portfolia? Naplní se střízlivá očekávání o akciích společností ČEZ, Komerční banka, Telefónica či Philip Morris jako stabilní složky prakticky všech vytvořených investičních portfolií? I na tyto otázky dostaneme prostřednictvím tohoto článku odpovědi.

Vícekritériální programování

Jelikož budeme řešit problém skladby portfolia komplexněji z pohledu několika sledovaných kritérií, využijeme některé postupy z oblasti vícekritériálního programování. Budeme tedy předpokládat spojitost vícekritériálních modelů. Jinými slovy uvažujeme množinu všech variant jako nekonečnou. U spojitých vícekritériálních modelů identifikujeme množinu variant vyjádřenou implicitně soustavou omezujících podmínek, množina kritérií se skládá z jednotlivých kritériálních (účelových) funkcí, jejichž extrém se hledá na množině omezujících podmínek [3]. Úlohu vícekritériálního programování můžeme zapsat ve tvaru

$$F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)) \rightarrow \text{"max"} \\ x \in X = \{x \in R^n \mid g_i(x) \leq b_i, i = 1, 2, \dots, m; x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n\}, \quad (1)$$

kde n je počet proměnných, m je počet vlastních omezení, k je počet kritérií, $f_l(x)$ je l -tá kritériální funkce ($l = 1, 2, \dots, k$), $g_i(x)$, resp. b_i označuje levou, resp. pravou stranu

i -tého vlastního omezení, nakonec x_j reprezentuje j -tou proměnnou.

Řešení úlohy je nalezení takového vektoru x , který vyhovuje soustavě omezujících podmínek a současně dosahuje co nejvyšších hodnot všech kritérií. Máme na mysli *kompromisní řešení*.

Metody vícekritériálního programování

Dle [3] se zásadním faktorem pro klasifikaci metod vícekritériálního programování jeví skutečnost, v jaké fázi rozhodovacího procesu dochází k využití dodatečné informace od rozhodovatele pro nalezení kompromisního řešení. Pokud se tak děje již před

¹ *Rozhodovatelem* se rozumí subjekt, který vybírá z možných variant rozhodnutí [4].

² *Analytik* podporuje rozhodovací proces z hlediska zpracování preferenčních informací rozhodovatele a předkládá řešení [3].

samotným analytickým výpočtem kompromisního řešení, nazýváme *metody s informací a priori*. Jelikož může interakce mezi rozhodovatelem a analytikem probíhat během celého procesu, také máme možnost využít k řešení úloh *metody s průběžnou informací*. Třetí způsob pohybu informací reprezentují *metody s informací a posteriori*, kde dochází k přenos až poté, co analytik poskytl rozhodovateli základní reprezentaci množiny nedominovaných řešení³.

Pro účely analýzy jsme vybrali skupinu metod s apriorní informací a interaktivní přístupy. Z prvně jmenované oblasti byla využita metoda nacházející kompromisní řešení podle *minimální komponenty* a přístup založený na *maximalizaci užitku*. Zástupcem druhé skupiny metodických přístupů bude navržená *interaktivní metoda* stojící na výpočetním principu maximalizace vzdálenosti od aspiračních úrovní.

Minimální komponenta

O tomto přístupu se blíže můžeme dočíst v publikaci [1] či [3]. Metoda založená na hledání kompromisního řešení pomocí minimální komponenty je velice citlivá na srovnatelnost kritérií, tudíž je důležitá normalizace jednotlivých kritériálních funkcí. Do postupu nevstupují kardinálně zadané váhy kritérií, metoda se tak snaží kritéria spíše vyrovnávat. Jinými slovy, od rozhodovatele se vlastně nevyžaduje žádná vstupní informace.

Normalizace účelových funkcí probíhá podle následujícího vztahu

$$u_j(f_j(x)) = \frac{f_j(x) - \min f_j(x)}{\max f_j(x) - \min f_j(x)} \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad (2)$$

kde $f_j(x)$ je j -tá kritériální funkce, $\min f_j(x)$, resp. $\max f_j(x)$, je minimální, resp. maximální hodnota účelové funkce pro $x \in X$.

Kompromisní řešení podle minimální komponenty je takový vektor $x^0 \in X$, pro který platí

$$\begin{pmatrix} f_1(x^0) \\ f_2(x^0) \\ \vdots \\ f_k(x^0) \end{pmatrix} \geq_{\min} \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_k(x) \end{pmatrix} \quad (3)$$

pro všechna $x \in X$.

Kompromisní řešení pomocí popisované metody lze nalézt na základě následující jednokritériální úlohy lineárního programování

³ *Nedominované řešení* je takové řešení, které vykazuje lepší hodnotu alespoň jedné kritériální funkce a ne horší hodnoty ostatních kritériálních funkcí než všechna ostatní řešení.

$$\begin{aligned}
 z = w &\rightarrow \max \\
 c^{(1)}x &\geq w, \\
 &\vdots \\
 c^{(k)}x &\geq w, \\
 x &\in X.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Maximalizace užítku

S touto metodou se můžeme například seznámit v publikaci [3]. Metoda využívá dílčí funkce užítku pro jednotlivá kritéria

$$u_j(f_j(x)) \quad j=1, 2, \dots, k. \tag{5}$$

Funkce užítku mohou mít lineární či nelineární charakter, od kterého se odvíjí i podoba agregované užítkové funkce, která slouží k nalezení kompromisního řešení. Pokud budeme předpokládat lineární tvar funkcí užítku, musíme počítat s možností diskriminace některých nedominovaných řešení. Lineární dílčí funkce užítku konstruujeme v normovaném tvaru kriteriálních funkcí dle předpisu (2).

Multikriteriální funkce užítku

$$u(x) = u[u_1(f_1(x)), u_2(f_2(x)), \dots, u_k(f_k(x))] \tag{6}$$

vykazuje aditivní či multiplikatívni tvar. Jelikož se nechceme omezovat na preferenční nezávislost kritérií, využijeme multiplikatívni tvaru agregované funkce užítku v následující podobě

$$u(x) = \sum_{j=1}^k v_j u_j(f_j(x)) + p \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k v_i v_j u_i(f_i(x)) u_j(f_j(x)) + \dots + p^{k-1} \prod_{j=1}^k v_j \prod_{j=1}^k u_j(f_j(x)), \tag{7}$$

kde v_j je váha j -té kriteriální funkce.

Hodnotu konstanty p určíme dle [7]

$$p + 1 = \prod_{i=1}^k (p v_i + 1). \tag{8}$$

Následně hledáme kompromisní řešení úlohy vícekriteriálního programování pomocí maximalizační úlohy lineárního programování

$$\begin{aligned}
 u(x) &\rightarrow \max \\
 x &\in X.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Interaktivní metoda

Tato metoda vyžaduje od rozhodovatele nejvíce informací a průběžnou komunikaci. Zprvė určuje váhy, např. pomocí bodovací metody. Dále musí rozhodovatel stanovit aspirační úrovně pro kritéria, tedy minimální požadované úrovně pro maximalizační kritéria a maximální požadované úrovně pro minimalizační kritéria. Analytik nabízí

řešení, které rozhodovatel (investor) posuzuje a případně žádá vylepšení hodnoty některého z kritérií.

Nyní si interaktivní metodu vícekriteriálního programování blíže popíšeme. Budeme řešit úlohu, která je založena na maximalizaci vzdálenosti hodnot kritérií od jejich aspiračních úrovní, což vyjádříme pomocí eukleidovské metriky dle [10]. Tedy

$$z = \sqrt{\sum_{i=1}^k [w_i (f_i^*(x) - f_i(x))]^2} \rightarrow \max$$

$$x \in X^1 = \{x \in R^n; f_i(x) \geq f_i^*(x), i \in A; f_i(x) \leq f_i^*(x), i \in B; A \cup B = \{1, 2, \dots, k\}\} \quad (10)$$

$$x \in X^2 = \{x \in R^n; g_l(x) \leq b_l, l = 1, 2, \dots, m; x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n\},$$

kde $f_i(x)$ je i -tá kritériální funkce, jejíž váha je označena w_i , $f_i^*(x)$ vyjadřuje limitní (aspirační) úroveň i -tého kritéria, x zase n -složkový vektor proměnných, $g_l(x)$, resp. b_l reprezentuje levou, resp. pravou stranu některých vlastních omezení, kterých je m , A je množina obsahující indexy kritérií maximalizační povahy a B je množina obsahující indexy kritérií minimalizační povahy. V případě nesrovnatelnosti kritérií dělíme v účelové funkci příslušnou váženou odchylku od aspirační úrovně optimální hodnotou kritéria získanou z úlohy (11).

Množina X^1 spoluvytvářející množinu přípustných řešení obsahuje vyjádření požadovaných minimálních či maximálních úrovní (podle typu kritéria) kritériálních funkcí. Množina X^2 obsahuje ostatní vlastní a všechna nevlastní omezení modelu. Sjednocením obou množin dostáváme celkovou množinu přípustných řešení dané úlohy. Podle konkrétní situace se samozřejmě model může rozšířit o další proměnné například binárního charakteru.

Než se pustíme do živé interakce mezi rozhodovatelem a analytikem, podíváme se na přístup ke stanovení aspiračních úrovní. Sestavíme takový matematický model, který bude optimalizovat hodnotu konkrétní kritériální funkce na množině X^2

$$f_i(x) \rightarrow \max(\min)$$

$$x \in X^2 = \{x \in R^n; g_l(x) \leq b_l, l = 1, 2, \dots, m; x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n\}. \quad (11)$$

Optimální hodnota příslušného kritéria je vodítkem pro stanovení aspirační úrovně. Jinými slovy udává u maximalizačního kritéria její horní hodnotu a u minimalizačního kritéria její dolní hodnotu. Je evidentní, že rozhodovatel bude volit aspirační úrovně podstatně nižší, resp. vyšší, které by nevyklučovaly v rozhodovací úloze existenci přípustného řešení. V případě stochastického problému o několika scénářích se stává vodítkem pro stanovení aspiračních úrovní průměrná hodnota účelových funkcí všech úloh.

Po sestavení modelu analytik nabízí optimální řešení úlohy. Pokud se rozhodovateli nelíbí ani jedna hodnota vektoru proměnných x v souvislosti s dosaženými hodnotami jednotlivých kritérií, proces končí nezdarem, rozhodovatel musí přehodnotit své

preference. V případě nespokojenosti jen s některými kritérii dochází k úpravě⁴

$$z = \sqrt{\sum_{i=1}^k [w_i (f_i^*(x) - f_i(x))]^2} \rightarrow \max$$

$$x \in X^1 = \{x \in R^n; f_i(x) \leq f_i^*(x), i \in A; f_i(x) \geq f_i^*(x), i \in B; A \cup B = \{1, 2, \dots, k\}\} \quad (12)$$

$$x \in X^2 = \{x \in R^n; g_l(x) \leq b_l, l = 1, 2, \dots, m, x_j \geq 0; j = 1, 2, \dots, n\}$$

$$x \in X^3 = \{x \in R^n, f_i^N(x) \geq \overline{f_i^N} + \Delta_i, i \in A^N, A^N \subseteq A; f_i^N(x) \leq \overline{f_i^N} - \Delta_i, i \in B^N, B^N \subseteq B\}.$$

Množina X^3 obsahuje požadované úpravy rozhodovatelem vybraných kritérií. U konkrétních maximalizačních kritérií $f_i^N(x)$ požaduje zvýšit neuspokojivou hodnotu $\overline{f_i^N}$ o Δ_i , u vybraných minimalizačních kritérií $f_i^N(x)$ chce naopak snížit neuspokojivou hodnotu $\overline{f_i^N}$ o Δ_i . Množina A^N zahrnuje všechny indexy maximalizačních kritérií, s jejichž hodnotami není rozhodovatel spokojen, množina B^N pak indexy všech minimalizačních kritérií, s jejichž hodnotami není spokojen.

K úpravě řešení nemusí dojít jen v případě, že rozhodovatel není striktně nespokojen s řešením, nýbrž i v situaci, kdy chce mít informativní představu, jak by se řešení změnilo, pokud by si dovolil požádat o vylepšení hodnoty některých kritériálních funkcí. Jak je patrné, rozhodovatel neklade při vylepšování příslušných hodnot žádné požadavky na velikost možného zhoršení ostatních kritérií, které jsou z pohledu investora hodnotově v pořádku. Tímto způsobem algoritmus pokračuje až do okamžiku, kdy je rozhodovatel spokojen či smířen s podobou řešení.

Cílové programování – nedělitelnost aktiv

Mnohdy se může stát, že výsledná struktura portfolia nakonec nemůže být zcela dodržena, protože obchod s příslušnými investičními instrumenty probíhá pouze ve standardizovaných jednotkách o aktuální tržní hodnotě. Jinými slovy musíme dodržovat podmínku nedělitelnosti aktiv. Požadavku obchodu ve standardizovaných jednotkách vyhovuje následující navržený model, který upravuje „optimální“ strukturu portfolia

⁴ Například některá kritéria dosahují „pouze“ svých aspiračních úrovní, což může být pro rozhodovatele ne zcela uspokojivé.

$$\begin{aligned}
z &= \sum_{i=1}^n (d_i^+ + d_i^-) \rightarrow \min \\
c_i b_i + d_i^- - d_i^+ &= M x_i^* \quad i=1,2,\dots,n \\
\sum_{i=1}^n c_i b_i &\leq M \\
d_i^+ d_i^- &= 0 \quad i=1,2,\dots,n \\
d_i^+, d_i^- &\geq 0 \quad i=1,2,\dots,n \\
b_i &\in Z_0^+ \quad i=1,2,\dots,n,
\end{aligned} \tag{13}$$

kde c_i je cena za standardizovanou jednotku i -tého investičního instrumentu, b_i označuje počet standardizovaných jednotek i -tého investičního instrumentu, celková zamýšlená investovaná částka je vyjádřena jako M , x_i^* je původní podíl i -tého investičního instrumentu na portfoliu dle rozhodovací procedury, konečně d_i^- , resp. d_i^+ reprezentuje zápornou, resp. kladnou odchylku od původního podílu i -tého investičního instrumentu na portfoliu.

Lze si povšimnout, že modelovaný proces je založen na konceptu cílového programování [více viz 6], tedy se snažíme minimalizovat absolutní odchylku od dosažených „optimálních“ podílů akciových titulů. Jelikož máme všechny cílové hodnoty ve stejných jednotkách srovnatelných řádů, není třeba normalizace. V opačném případě bychom odchylky podělily příslušnými cílovými hodnotami. Nevýhodou modelu je skutečnost, že nová struktura portfolia se někdy může poměrně významně lišit od původní, která byla stanovena na základě rozhodovací procedury zahrnující určité investorovy požadavky na portfolio. Nová skladba portfolia tak může původní požadavky porušovat. Zde tedy evidujeme určité zjednodušení situace, která by si jistě zasloužila hlubší zpracování.

Jelikož v praktické části sestavujeme portfolio z akcií obchodovaných v systému SPAD na BCPP, musíme akceptovat nákup akcií pouze ve standardizovaných jednotkách, které obsahují určitý počet akcií dle příslušného titulu. Výsledné portfolio dosažené konkrétní metodou s velkou pravděpodobností vykazující podíly akcií neodpovídající standardizovanému množství upravíme prostřednictvím výše představeného principu.

Volba vah

Jak již bylo zmíněno, některé metodické přístupy v rozhodovacích procesech vyžadují informaci o důležitosti kritérií v kardinalistické podobě. Váhy jednotlivých charakteristik můžeme stanovit několika způsoby. Pro praktickou část vybíráme bodovací metodu, kde rozhodovatel musí poskytnout konkrétní kvantitativní vyjádření svých preferencí, resp. ohodnocení kritérií. Teoretický popis poměrně jednoduché metody můžeme nalézt například v publikaci [2].

Investiční situace

Budeme uvažovat situaci, kdy chce potenciální investor vložit své volné finanční prostředky v přibližné výši 100 000 000 Kč⁵ do akcií obchodovaných v Systému pro podporu trhu akcií a dluhopisů (SPAD) na Burze cenných papírů Praha [více viz 8]. V současnosti je v tomto systému obchodováno 15 akciových emisí, které tvoří bázi nejdůležitějšího českého akciového indexu PX – AAA AUTO, CETV, ČEZ, ECM, ERSTE GROUP BANK, FORTUNA, KIT DIGITAL, KOMERČNÍ BANKA, NWR, ORCO, PEGAS NONWOVENS, PHILIP MORRIS ČR, TELEFÓNICA O2 C. R., UNIPETROL a VIG. Jelikož byla analýza prováděna v lednu předminulého roku, nebyly zahrnuty společnosti KIT Digital a Fortuna.

Bereme v úvahu dva typy investorů - investora orientujícího se na *dividendový výnos* a investora zaměřeného na *výnos kapitálový*. Oba volí množinu kritérií, podle kterých budou jednotlivé varianty hodnotit:

- *výkonnost akciového titulu* - výnos vyjádřený v procentech z investované částky
 - krátkodobější (roční) - sleduje období roku 2009
 - dlouhodobější (čtyřletá) - zahrnuje vrcholnou fázi konjunktury, následnou krizi a začínající mírný vzestup
- *dividendový výnos* - poměr dividendy a tržní ceny akcie
- *průměrný růst dividend* - pro období 2006 až 2008⁶
- *volatilita cen* - měřena na základě měsíční směrodatné odchylky za období let 2007 až 2009
- *průměrný objem obchodů* - hodnota je stanovena na základě pozorování denních objemů obchodů za období 2007 až 2009
- *zisk na akcii* - za první tři čtvrtletí krizového roku 2009
- *průměrná změna zisku na akcii* - za období 2007 až 2009 (říjen)

Proč volíme právě tato kritéria? Výkonnost za rok, respektive za 4 roky podává obrázek o kapitálové výnosnosti akcie v krátkém a střednědobém horizontu, což je zcela jistě více či méně důležitou informací při investování. Stejně tak jsou významné ukazatele hovořící o dividendě (hlavně pro dividendově orientovaného investora). Nesledujeme absolutní výši dividendy, ale pro komplexnější obrázek spíše poměr dividendy k ceně akcie a také vývoj dividendy v čase. Asi každý investor sleduje riziko spojené s investicí, proto mezi výčet kritérií zařazujeme charakteristiku volatility vyjádřenou

⁵ Takto vysoká částka akcentuje níže uvedenou skutečnost, že obchodování ve SPADu na BCPP není pro drobné investory z důvodu nemožnosti investice do jednotlivých akcií. V tomto ohledu je vhodnější kontinuální systém (KOBOS) na pražské burze či další dnes již burzovní trh RM-Systém (více viz [5] či [9]).

⁶ Průměrný růst dividend nezahrnuje rok 2009, protože v době vytváření analýzy ještě nebyla dividendy přiznaná za tento rok k dispozici. Valná hromada rozhoduje o dividendě vždy až následující rok na základě výsledku hospodaření. Pro větší počet pozorování je zařazen rok 2006.

standardně, tedy směrodatnou odchylkou. Obzvláště pro kapitálově orientovaného investora zamýšlejícího častěji měnit portfolio, je důležitá likvidita akciových titulů. Zde je měřena průměrným objemem obchodů. Nakonec ještě investora zajímá ekonomická situace emitentů prostřednictvím zisku a jeho vývoje. Pro srovnatelnost velikosti akciových společností používáme ukazatel „zisk na akcii“.

Je vcelku zřejmé, jaká kritéria nabývají maximalizační, jaká naopak minimalizační povahy. Z praktických důvodů při využití prvních dvou metod jsme převedli minimalizační kritériální funkce na maximalizační dle následující procedury

$$\begin{aligned} f_j(x) &\rightarrow \min \\ &\downarrow \\ (-1) * f_j(x) &\rightarrow \max, \end{aligned} \tag{14}$$

kde j zahrnuje všechny indexy minimalizačních kritérií.

Následující dvě tabulky zobrazují ohodnocení všech investičních variant (akcií) podle jednotlivých kritérií. První představuje výkonnostní a dividendové charakteristiky, tedy jednoletou a čtyřletou výkonnost a dividendový výnos s průměrným růstem dividend.

Tabulka 1: Kritériální hodnoty (1. část)⁷

	Výkonnost jednoletá	Výkonnost čtyřletá	Prům. růst dividendy	D/P
<i>Jednotka</i>	%	%	%	-
AAA AUTO	57,03	-74,84	0	0
CETV	19,82	-67,36	0	0
ČEZ	9,36	18,27	62,5	5,45
ECM	23,46	-78,64	0	0
ERSTE	84,53	-46,3	1,22	2,32
KB	28,77	2,65	10	4,78
NWR	130,61	-58,52	0	6,57
ORCO	-14,87	-91,14	19,98	20,58
PEGAS	75,25	-44,01	8,85	5,39
PM	48,16	-51,84	5,29	6,21
TELEFÓNICA	-3,31	-20,93	0	11,57
UNIPETROL	-4,88	-41,11	0	12,19
VIG	51,03	-31,29	57,97	5,44
<i>Povaha kritéria</i>	MAX	MAX	MAX	MAX

Druhá tabulka nabízí informace o ohodnocení akciových titulů z hlediska volatility, průměrného objemu obchodů, zisku na akcii a konečně průměrné změny zisku na akcii.

⁷ Data byla získána z výročních zpráv konkrétních společností, resp. jejich dopočtem.

Tabulka 2: Kriteriaální hodnoty (2. část)

	Volatilita	Prům. objem obchodů	Zisk na akcii	Prům. změna zisku na akcii
<i>Jednotka</i>	<i>%</i>	<i>Kč</i>	<i>Kč</i>	<i>%</i>
AAA AUTO	23,64	1 752 194	0,62	-5
CETV	32,91	81 455 406	-14,93	-270,5
ČEZ	8,97	1 230 244 744	82	13
ECM	19,71	27 956 211	-107,59	-243,5
ERSTE	22,25	305 035 854	51,58	-47
KB	12,48	394 484 053	296	0,5
NWR	30,23	150 882 010	-6,84	-27
ORCO	22,34	60 613 199	-623,71	-750,5
PEGAS	11,05	27 804 950	60,49	-21,5
PM	12,02	22 728 947	413	33,5
TELEFÓNICA	6,34	315 777 581	18	6,5
UNIPETROL	11,47	99 378 939	-3,22	-120,5
VIG	15,45	5 442 178	72,10	-3
<i>Povaha kritéria</i>	MIN	MAX	MAX	MAX

Pro účely aplikace modelu na nedělitelnost aktiv potřebujeme znát cenu standardizované jednotky, za kterou se jednotlivé akciové tituly na burze obchodují. Tržní cena akcie je ke dni 8. 1. 2010 podle BCPP.

Tabulka 3: Ceny standardizovaných jednotek jednotlivých akciových titulů

	Lot	Cena akcie	Cena lotu
<i>Jednotka</i>	<i>ks</i>	<i>Kč</i>	<i>Kč</i>
AAA Auto	3000	13,85	41 550
CETV	1000	466,10	466 100
ČEZ	5000	916,00	4 580 000
ECM	500	314,20	157 100
ERSTE	2000	733,50	1 467 000
KB	500	3760,00	1 880 000
NWR	5000	184,60	923 000
ORCO	500	178,00	89 000
PEGAS	1000	439,00	439 000
PM	100	8891,00	889 100
TELEFÓNICA	5000	461,60	2 308 000
UNIPETROL	10000	144,10	1 441 000
VIG	500	961,60	480 800

Investor orientovaný na dividendový výnos

První typ investujícího subjektu popíšeme jako investora, kterému tolik nezáleží na kapitálovém výnosu, jednoznačně se zaměřuje na dividendový výnos. Samozřejmě též sleduje výkonnost akcie za uplynulá léta, či jak si stojí firma ve výsledku hospodaření, ale jsou to čistě doprovodné a spíše okrajové ukazatele. Kvantitativní vyjádření preferencí ve formě vah stanovuje investor na základě bodovací metody.

Tabulka 4: Váhy stanovené investorem orientujícím se na dividendový výnos

Kritérium	Váha
Výkonnost jednoletá	0,1
Výkonnost čtyřletá	0,1
Prům. růst dividendy	0,19
D/P	0,21
Volatilita	0,08
Prům. objem obchodů	0,08
Zisk na akcii	0,12
Prům. změna zisku na akcii	0,12

Kromě stanovení váhového vektoru má investor požadavky na podobu akciového portfolia. Jelikož se jedná o dividendově orientovaného investora, žádá podíl akcie společnosti Philip Morris alespoň ve výši 20 % na celém portfoliu. Dále je pro něj podstatné, aby emise společností ČEZ, Philip Morris, Komerční banka, Telefónica a VIG tvořily nejméně 65 % celkové investice. V ekonomicky nestabilní době preferuje maximální podíl bankovního sektoru (Komerční banka a Erste Group Bank) 12 %, do společností krizí nejvíce zasažených nechce investovat vůbec, jedná se o společnosti AAA Auto, CETV a ECM. V rámci zachování diverzifikace portfolia nechce investovat do jednoho instrumentu více než 30 % celkově vydané peněžní sumy. Na druhé straně dodává, že jeho požadavky nejsou zadány zcela fixně, v pozitivním investičním zájmu je ochoten akceptovat drobné odchylky. Kompletní omezení (spolu)vytvářející množinu přípustných řešení vypadá následujícím způsobem

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^{13} x_i &= 1, \\
 x_{10} &\geq 0,2, \\
 x_3 + x_7 + x_{10} + x_{11} + x_{13} &\geq 0,65, \\
 x_5 + x_6 &\leq 0,12, \\
 x_1 + x_2 + x_4 &= 0, \\
 x_i &\leq 0,3, \quad i = 1, 2, \dots, 13, \\
 x_i &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, 13,
 \end{aligned} \tag{15}$$

kde $x_i, i = 1, 2, \dots, 13$, vyjadřuje podíly investované částky do jednotlivých akciových titulů v indexním očíslování v pořadí abecedně uspořádaných společností.

Investor orientovaný na kapitálový výnos

Na druhé straně investičních strategií registrujeme osobu, která bedlivě sleduje kapitálový výnos z akcie, volatilitu cen (kapitálové riziko), také se zajímá o prosperitu firmy, naopak přítomnost dividendy prakticky nevnímá. Tento investor velice silně akcentuje kapitálový výnos, na druhé straně krotí své výnosové ambice uvědoměným přístupem k riziku, investice volí spíše stabilnějšího charakteru na delší časový horizont. Kvantifikace preferencí mezi kritérii probíhá obdobným způsobem jako u předešlého investora⁸. Stanovené váhy mají tedy následující podobu.

Tabulka 5: Váhy stanovené investorem orientujícím se na kapitálový výnos

Kritérium	Váha
Výkonnost jednoletá	0,18
Výkonnost čtyřletá	0,18
Prům. růst dividendy	0,04
D/P	0,02
Volatilita	0,15
Prům. objem obchodů	0,13
Zisk na akcii	0,15
Prům. změna zisku na akcii	0,15

Kapitálově orientovaný investor také vznáší určité požadavky na strukturu portfolia. Jelikož vidí v emisi společnosti ČEZ stabilitu a solidní výkonnost, chce mít tuto akcii zastoupenou v portfoliu nejméně 20 %. Velmi slušný potenciál shledává investor i v bankovním sektoru, kam se rozhodne vložit nejméně 40 % svých volných peněžních prostředků. Krizí zmožené akcie ECM a Orco nesmí překročit dohromady podíl ve výši 4 %. Jako předešlý investor chce diverzifikovat portfolio, tudíž si nepřeje překročení podílu jedné emise ve výši 30 % z investované částky. Na zadané hodnoty se nedívá optikou nedotknutelnosti, naopak v zájmu optimality investované částky je připraven s jednotlivými úrovněmi lehce hýbat.

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^{13} x_i &= 1, \\
 x_3 &\geq 0,2, \\
 x_5 + x_6 &\geq 0,3, \\
 x_4 + x_8 &\leq 0,04, \\
 x_i &\leq 0,3, \quad i = 1, 2, \dots, 13, \\
 x_i &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, 13,
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

kde $x_i, i = 1, 2, \dots, 13$, vyjadřuje podíly investované částky do jednotlivých akciových titulů v indexním očíslování v pořadí abecedně uspořádaných společností.

⁸ Bodovací metoda je výpočetně aplikována prostřednictvím softwarového doplňku MS Excel Sanna, který podporuje řešení úloh vícekritériálního hodnocení variant.

Investiční rozhodování

Dostáváme se k samotné aplikaci metod teoreticky nastíněných v první polovině práce. Každý přístup vychází z jiných základů, tudíž nám poskytne na danou problematiku různorodé pohledy, z kterých vyvodíme pro investory patřičné závěry.

Jak již bylo naznačeno, použitá data jsou sledována do ledna roku 2010. Investice je uskutečněna právě v tomto období, což nám umožňuje mimo jiné vyhodnocení strategie přibližně za dva roky investičního období. Ze zamýšleného spíše dlouhodobějšího investičního horizontu není tato doba zcela reprezentativní, nicméně určitou vypovídací schopnost o dané investici vykazuje.

Nakonec je třeba brát na vědomí, že obchodování s akciemi v systému SPAD na pražské burze probíhá v *lotech*⁹, tedy aplikujeme model na nedělitelnost aktiv (13) založený na cílovém programování na řešení, které nám konkrétní metoda poskytuje.

Skladba portfolia – minimální komponenta

Investor vlastně nezadáva informace o svých preferencích mezi kritérii, jen sděluje některé požadavky na strukturu portfolia. Metoda má tendenci váhy kritériálních funkcí vyrovnávat.

Analytik předkládá rozhodovateli řešení úlohy (4), kde množinu X tvoří (15) pro investora zaměřeného na dividendový výnos, resp. (16) pro investora zaměřeného na výnos kapitálový¹⁰. Připomínáme, že musíme akceptovat při stanovení struktury portfolia princip nedělitelnosti aktiv, tedy na výsledné portfolio aplikujeme navržený princip (13). V rámci popsaného procesu dochází k drobným odchylkám od původního řešení, což může způsobit v některých případech nesplnění požadavků investora na portfolio. Jelikož investor nezadáva své požadavky na podobu portfolia zcela striktně a pevně, není tato skutečnost nepřekonatelná. Výslednou skladbu portfolia zobrazují následující dvě tabulky.

Tabulka 6: Skladba portfolia – minimální komponenta (investor zaměřený na dividendový výnos)

Akcie	Podíl
ČEZ	13,85 %
NWR	18,61 %
ORCO	12,20 %
PEGAS	2,66 %
PM	23,30 %
TELEFÓNICA	16,29 %
VIG	13,09 %

⁹ *Lot* je standardní obchodní jednotka obsahující stanovené množství konkrétního akciového titulu.

¹⁰ Všechny modely jsou řešeny v programu LINGO, který je schopen řešit úlohy lineárního i nelineárního typu.

Tabulka 7: Skladba portfolia – minimální komponenta (investor zaměřený na kapitálový výnos)

Akcie	Podíl
ČEZ	27,67 %
KB	30,28 %
NWR	21,37 %
ORCO	1,34 %
PM	6,27 %
VIG	13,07 %

Skladba portfolia – maximalizace užitku

Dále využijeme přístup, který už vyžaduje na počátku bližší informace o kritériích od potenciálního investora v podobě vah. Po stanovení hodnoty p dle vztahu (8) řešíme úlohu (9), kde množinu přípustných řešení X tvoří (15) pro dividendově orientovaného investora a (16) pro investora orientujícího se na kapitálový výnos.

Díky zohlednění nedělitelnosti aktiv (13) dochází u investora orientujícího se na dividendový výnos k nesplnění podmínky na diverzifikaci portfolia, jelikož podíl akcie společnosti ČEZ přesahuje 30 %. Podíl investice do akciového titulu Philip Morris je lehce pod stanovenou minimální hranicí. U kapitálově orientovaného investora také dochází k drobné odchylce od požadavku diverzifikace. V duchu flexibility investorových požadavků jsou tyto diskrepance přijatelné.

Podívejme se na konkrétní podobu obou portfolií prostřednictvím následující tabulky.

Tabulka 8: Skladba portfolia – maximalizace užitku (investor zaměřený na dividendový výnos)

Akcie	Podíl
ČEZ	32,18 %
KB	11,32 %
PM	19,63 %
TELEFÓNICA	6,95 %
VIG	29,92 %

Tabulka 9: Skladba portfolia – maximalizace užitku (investor zaměřený na kapitálový výnos)

Akcie	Podíl
ČEZ	32,12 %
KB	30,13 %
PM	28,50 %
TELEFÓNICA	9,25 %

Skladba portfolia – interaktivní metoda

Hierarchii ve smyslu informační produktivity rozhodovatele zakončíme navrženou interaktivní metodou, kde investor stanovuje váhy jednotlivých charakteristik a minimální

(maximální) úrovně kritériálních funkcí. Aspirační úrovně jsou stanoveny přibližně na třetině optimálních hodnot maximalizačních kritérií a pěti třetinách optimálních hodnot minimalizačních kritérií dle konkrétní úlohy (11). Nejdříve řešíme úlohu (10), v případě nespokojenosti s řešením přecházíme k úloze (12), kde množinu X^2 tvoří podmínky (15), resp. (16) pro investora orientovaného na dividendový, resp. kapitálový výnos.

Investor orientující se na dividendu největší roli přikládá dividendovému výnosu a průměrnému růstu dividendy. Tyto dva ukazatele nabývají u prvotního portfolia hodnot 7,45 a 22,23 %. Hodnoty těchto dvou kritérií požaduje ještě vylepšit na úkor všech ostatních kritérií, které v mnoha případech vykazují hodnoty velmi převyšující aspirační úrovně. Analytik na základě požadavků předkládá další řešení, s dividendovým výnosem 7,5 a průměrným růstem dividend 22,90 %. Po dalším kole vylepšení obou kritérií dostáváme portfolio s dividendovým výnosem 7,59 a průměrným růstem dividendy 23,49 %. Investor by rád ještě vylepšil stávající hodnoty, znamenalo by to však takové snížení výkonnosti, které by již nebylo možno akceptovat. Nutno dodat, že sice bylo dosaženo lepších hodnot vybraných charakteristik, na druhé straně byla porušena flexibilně pojímaná podmínka na diverzifikaci portfolia, což pro investora v těchto intencích nepředstavuje zásadní problém. Výsledné portfolio dividendově orientovaného investora vidíme v následující tabulce.

Tabulka 10: Skladba portfolia – interaktivní metoda (investor zaměřený na dividendový výnos)

Akcie	Podíl
ČEZ	32,36 %
ERSTE	4,44 %
KB	3,8 %
PM	21,54 %
TELEFÓNICA	34,95 %
VIG	2,91 %

Investor orientující se na kapitálový výnos obdrží od analytika prvotní skladbu portfolia. Z nejdůležitějších sledovaných charakteristik je nejméně spokojen s hodnotou jednoleté výkonnosti, všechna ostatní kritéria nabývají nadstandardních hodnot, zejména však dividendově orientovaná, která nejsou pro investora tak zásadní. Je navrženo další řešení, s přibližně o jeden a půl procentního bodu lepší hodnotou jednoleté výkonnosti, konkrétně 20, 18 %. Další změny by již nepřinesly takové vylepšení sledované charakteristiky, aby byl investor ochoten podstoupit zhoršení ostatních kritérií. Finální portfolio má následující podobu.

Tabulka 11: Skladba portfolia – interaktivní metoda (investor zaměřený na kapitálový výnos)

Akcie	Podíl
ČEZ	32,16 %
ERSTE	11,77 %
KB	28,29 %
TELEFÓNICA	27,78 %

Složení investičních portfolií

Lze konstatovat, že pro obě investiční strategie vychází podobná struktura portfolia ve smyslu přítomných akcií. Opakují se tituly společností ČEZ, Komerční banka, Philip Morris, Telefónica či VIG. Nejen že jde o tituly dividendově výnosné, ale také vykazují slušné kapitálové zhodnocení. Neotřesitelné postavení má v tomto směru akcie ČEZ, která tak atakuje nejvyšší podíl prakticky ve všech vytvořených portfoliích. Možná je lehce překvapivé, že v dividendově orientovaných portfoliích akcie Philip Morris nezaujímá ještě většího podílu. I když je tato akcie proslulá vysokou dividendou, v rámci dividendového výnosu nejsou hodnoty tak oslnivé. Navíc ani průměrný růst dividendy nedosahuje u této společnosti významných výšek. Ještě si můžeme povšimnout jednoho úkazu, a to že akcie Komerční banky pro své poměrně lepší vlastnosti v oblasti kapitálového výnosu a rizika ve srovnání s dividendou se podílí značně na kapitálově orientovaných portfoliích, naopak v některých „dividendových“ nefiguruje vůbec.

Vyhodnocení investičních portfolií vs. informační tok

Po stanovení konkrétních investičních portfolií se podíváme na jejich základní charakteristiky, které jsou investorem nejvíce sledovány. U dividendově orientovaného investora registrujeme nejlepší hodnotu sledované veličiny (D/P) u portfolia vzniklého pomocí principu minimální komponenty (8,68), podstatně horší řešení z pohledu tohoto poměru nachází metoda založená na maximalizaci užítku (5,95), interaktivní metoda nachází portfolio s hodnotou dividendového poměru 7,59. V podobném duchu můžeme hovořit o průměrném růstu dividend. Je tedy patrné, že výraznější informační tok nemusí vždy přispívat k dosažení nejvyšších hodnot nejsledovanějších charakteristik. Pokud vezmeme v potaz vývoj dividendy za dva investiční roky, pak nejvyšší hodnotu vykazuje portfolio složené na základě interaktivního přístupu, což je ale víceméně náhoda. Na druhé straně právě skutečné výsledky investice udávají spokojenost investora.

Obdobnou situaci indikujeme i u investora zaměřeného na kapitálový výnos z investice. Z jednoleté a čtyřleté výkonnosti je patrné, že vystavené portfolio podle metody uspokojivých cílů nedává lepší výsledky než u metod s menším množstvím informací plynoucím od rozhodovatele k analytikovi. I z hlediska reálné výkonnosti portfolia za dva roky existence vykazuje portfolio získané interaktivní metodou nejhorší výsledek.

Závěr

Vybrání zmíněných akciových titulů se dalo rámcově očekávat z důvodů dlouhodobých velmi dobrých výkonů jak na poli kapitálových výnosů, tak přiznaných dividend. Člověk znalý problematiky investování na pražské burze by tedy určitě alespoň přibližně dokázal při stanovených preferencích investorů odhadnout, které akciové tituly budou do investičního portfolia vybrány. Zmíněné metodické přístupy hlavně usnadňují pozici v určení konkrétních podílů akcií na portfoliu a samozřejmě upřesňují a plně konkretizují prvotní představy o skladbě investičního portfolia.

Pokud se ještě blíže podíváme na princip jednotlivých metod, můžeme konstatovat, že nejširší investiční portfolio opravdu podává metoda minimální komponenty, která nevyžaduje zadání vstupních informací od investora ve formě vah sledovaných charakteristik, čímž důležitost daných kritérií vyrovnává. Investiční postoj a strategie zde zahrnují pouze jednotlivé podmínky investorem na budoucí portfolio kladené. I díky těmto skutečnostem se možná trochu překvapivě dostává do portfolio akcie společnosti ORCO či VIG. U metody založené na maximalizaci agregované funkce užitku zjednodušujeme situaci pouze jejím lineárním tvarem. Preferenční závislost kritérií zachycuje multiplikativní tvar užitku (např. zisk na akcii a výkonnost), který ale významně neovlivňuje výsledek. Navržená interaktivní metoda nejvíce „zatahuje“ investora do rozhodovacího procesu. Výsledky jsou velice ovlivněny nejen stanovením vah a aspiračních úrovní jednotlivých kritérií, ale také mírami substituce jejich hodnot, o kterých rozhoduje opět samotný investor.

Z hlediska informačního toku mezi rozhodovatelem a analytikem v rámci investičního rozhodovacího mechanismu konstatujeme, že se v našem konkrétním případě nepotvrzuje myšlenka, čím více komunikují obě strany, tím docházíme k lepšímu řešení z pohledu nejsledovanějších charakteristik. Jak již bylo uvedeno, velkou roli v rozhodovacím procesu prostřednictvím interaktivní metody hraje přístup ke stanovení aspiračních úrovní, které jsou individuálně nastaveny rozhodovatelem (investorem). Ne příliš ambiciózní cíle investora mohou vést k horším výsledkům než u portfolií složených pomocí přístupů nevyžadující prakticky žádné dodatečné informace. Na druhou stranu nelze obecně deklarovat, že by větší množství informací ze strany rozhodovatele nemělo vždy pozitivní vliv na výsledné portfolio a jeho charakteristiky. Vždy záleží na konkrétní situaci. Je tedy čistě na investorovi, jaký zvolí po domluvě s analytikem (např. investičním poradcem) přístup k vytváření portfolio, jaké informace je schopen předat, do jaké míry je zasvěcen do investiční problematiky apod. Od všech těchto skutečností se odvíjí využití konkrétních přístupů. Je zřejmé, že investor s malými informacemi o investiční problematice, neschopen se více zapojit do investičního rozhodovacího procesu, se spíše nechá vést a přijme rozhodnutí na základě metody minimální komponenty. Naopak investor aktivní, který vyjadřuje preference o důležitosti kritérií, který má speciální požadavky na portfolio, chce se případně aktivně podílet na vylepšování investice k obrazu svému, využije k sestavení investičního akciového portfolio kvantitativního přístupu založeného na maximalizaci užitku, respektive interaktivní metodu.

Nakonec ať už je mohutnost informačního toku jakákoliv, reálné výsledky portfolio v investičním horizontu neovlivníme, modely zahrnují pouze historická data. Není tedy zdaleka vyloučeno, že portfolio vykazující výborné historické výsledky nebude nabývat těchto hodnot i v budoucnu. Výsledky provedených analýz jsou toho důkazem.

Pro vytvoření komplexnější analýzy bychom mohli zahrnout ještě více kritérií, která by poskytovala historické či současné hodnoty různých finančních ukazatelů obchodovaných společností. Také bychom mohli rozšířit kvantitativní aparát o nástroje fundamentální či technické analýzy, které by nabídly na danou problematiku další pohled. Zahrnutí typických elementů pro kapitálový trh, stochastických faktorů, či zohlednění nejasně (mlhavě) vyjádřených preferencí investora, by přispělo k přiblížení

modelování problému reality. Nakonec nás napadnou i kvalitativní faktory ovlivňující investiční rozhodování, jako je nálada na trhu, chování davu, které se ale dají pomocí kvantitativních vztahů zachytit jen velmi těžko. Prostor pro rozšíření náhledu na danou problematiku je velký, což dává možnost vzniknout dalším odborným a vědeckým pracím v této oblasti.

Literatura

- [1] Brožová, H., Houška, M., Šubrt, T. *Modely pro vícekriteriální rozhodování*. Praha: ČZU, 2009. ISBN 978-80-213-1019-3.
- [2] Černý, M., Glückaufová, D., Toms, M. *Metody komplexního vyhodnocování variant*. Praha: Academia, 1980. (Brož.)
- [3] Fiala, P. *Modely a metody rozhodování*. Praha: Oeconomica, 2008. ISBN 978-80-245-1345-4.
- [4] Fiala, P., Jablonský, J., Maňas, M. *Vícekriteriální rozhodování*. Praha: VŠE, 1994. ISBN 80-7079-748-7.
- [5] Jilek, J.: *Akciové trhy a investování*. Praha: Grada Publishing, 2009. ISBN 978-80-247-2963-3.
- [6] Kosmidou, K., Zapoundis, C. *Goal Programming Techniques for Bank Asset Liability Management*. Norwell: Luwer Academic Publishers, 2004. ISBN 1-4020-8104-9.
- [7] Szidarovszky, F., Gershon, M. E., Duckstein, L. *Techniques for Multiobjective Decision Making in Systems Management*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1986. ISBN 0-444-42592-6.
- [8] Veselá, J. *Burzy a burzovní obchody – výchozí texty ke studiu*. Praha: Oeconomica, 2005. ISBN 80-245-0939-3.
- [9] Veselá, J.: *Investování na kapitálových trzích*. Praha: Wolters Kluwer ČR, 2011. ISBN 978-80-7357-647-9.
- [10] Zelený, M. *Human Systems Management - Integrating Knowledge, Management and Systems*. New Jersey: World Scientific Publishing, 2005. ISBN 978-9810249137.

Investment Portfolio Making with Reference to Information Volume from an Investor

Abstract

The article deals with a creation of potential investor's stocking portfolio. The investor decides to insert his free financial resources into stocks traded on Prague Stock Exchange in terms of System for Support of the Share and Bond Markets. We study two types of investors – focused on dividend yield and focused on capital yield. We choose eight criteria which we think that they are essential for investment decision making. We apply several methods of multiobjective programming which differ in volume of information flowing between investor and analyst. We wanted to make “optimal” investment portfolio and mainly prove or uproot positive effect of larger amount of information from investor to analyst on result. Individual methods provide slightly different outcomes, slightly different stocking portfolio. Unambiguous affirmative dependence of favourable result on bulk of information was not confirmed in the particular practical application.

Key words

Multi-criteria decision making, information flow, portfolio.

Článek vznikl s podporou projektu IGA F4/16/2011 „Modely operačního a finančního managementu“.

Kontaktní údaje

Ing. Adam Borovička

Vysoká škola ekonomická v Praze, Katedra ekonometrie, Fakulta informatiky a statistiky

nám. W. Churchilla 4, Praha 3, 130 67

Tel: +420 605 710 878

E-mail: adam.borovicka@vse.cz

Inter-organizational Trust, Interpersonal Trust and Costs of Negotiation

Roman Fiala, Jana Borůvková, Martin Prokop

College of Polytechnics Jihlava

Abstrakt

In the article, the authors verified the hypotheses regarding the relationship between interpersonal trust and costs of negotiation as well as inter-organizational trust and negotiation costs. With the help of a created linear regressive model and calculated Spearman's rank correlation, it was discovered that a negative relationship exists between the costs of negotiation and inter-organizational trust as well as between negotiating costs and interpersonal trust. The Cronbach's alpha reliability value was higher than 0.871 for all variables. This article is a part of the results of the project no. 402/09/2057 „Measurement and management of the intangible assets impact on enterprise performance“, financed by Czech Science Foundation. This article was also written with support from an internal grant from the College of Polytechnics in Jihlava with the working name “Effect of trust, reputation and other intangible assets on a company's performance”.

Key words

inter-organizational trust, interpersonal trust, cost of negotiation

Introduction

Researchers from various time periods and a diversity of disciplines seem to agree that trust is highly beneficial to the functioning of organizations (Dirks, Ferrin, 2001). In the past decades there has been a resurgence of interest in understanding the sources and consequences of trust in economic exchanges (Gulati and Sytch, 2008). As Gulati and Sytch (2008) observe, this interest has resulted in new research from a variety of disciplinary perspectives that include social psychology (e. g. Kramer, 1999), organizational theory and strategy (Uzzi, 1997; Zaheer and Venkatraman, 1995), business history (Fukuyama, 1999) and economics (e. g. Güth et al., 1998; Berg et al., 1995).

Defining trust

Gulati and Sytch (2008) explicitly distinguish between dispositional and relational trust. While dispositional trust mainly reflects expectations about the trustworthiness of others in general (e.g. Rotter, 1971; Gurtman, 1992), relational trust pertains to a specific dyadic partner (e.g. McAlister, 1995). Gulati and Sytch (2008, p. 167) define trust “as the expectation that another organization can be relied on to fulfill its obligations,

to behave in a predictable manner, and to act and negotiate fairly even when the possibility of opportunism is present.”

The majority of earlier studies in the area of trust focused on the interpersonal level; some studies also dealt with trust between organizations (Gulati, 1995; Zaheer, et al., 1998). This is also one of the reasons why this article focuses on inter-organizational trust. The term inter-organizational trust is defined “as the extent of trust placed in the partner organization by the members of a focal organization.” (Zaheer et al., 1998, p. 142).

Hypotheses

Negotiating costs include the time and effort required to determine efficient courses of action, and to settle on divisions of costs and benefits (Zaheer et al., 1998; Milgrom and Roberts, 1992). In case that inter-organizational trust is higher, the sharing of information is more open and honest, information asymmetry will be reduced. Trust also reduces the risk of opportunistic behaviour. Without opportunism, the problem of economic organization would be substantially mitigated – for every situation a simple contract could be drawn, covering the most likely contingencies, and containing a “general clause” to deal with unforeseeable circumstances that may develop (Noorderhaven, 1995; Williamson, 1985). On the contrary, if trust is lower, long and difficult (and therefore more costly) negotiations will be more likely (Zaheer et al., 1998; Williamson, 1975).

Hypothesis 1: There is a negative relationship between inter-organizational trust and negotiating costs between the partners in the exchange relationship.

The relationship between interpersonal trust and costs of negotiation has been examined by Currall and Judge (1995). They discovered that greater interpersonal trust is linked to simpler and less costly negotiations. Negotiations are easy due to the willingness of employees to share sensitive information as well as trust that information from an employee of another company is has not been distorted. (Zaheer et al., 1998).

Hypothesis 2: There is a negative relationship between interpersonal trust and negotiating costs between the partners in the exchange relationship.

Material and methods

Data

The aforementioned hypotheses were verified using data from 373 organizations with more than 20 employees with their seat in the Czech Republic. Due to the requirement for random sampling, students were asked to approach organizations that would meet the aforementioned requirements and we then reported the names of those organizations where the purchase manager had given preliminary consent to completing the questionnaire. A list of 515 organizations was thus created and these organizations were sent the questionnaire. A total of 395 respondents filled out the questionnaire and 22 were rejected due to incomplete data. Tab. 1 below shows the structure of organizations based on the statistical classification of economic activities in the European Community (NACE).

Tab. 1: The structure of organizations based on the NACE

CZ-NACE section	Number of organizations	Percentage
A Agriculture, forestry and fishing	23	6.166
B Mining and quarrying	3	0.804
C Manufacturing	119	31.903
D Electricity, gas, steam and air conditioning supply	4	1.072
E Water supply; sewerage, waste management and remediation activities	6	1.609
F Construction	48	12.869
G Wholesale and retail trade; repair of motor vehicles and motorcycles	61	16,354
H Transportation and storage	23	6.166
I Accommodation and food service activities	19	5.094
J Information and communication	12	3.217
K Financial and insurance activities	5	1.340
L Real estate activities	10	2.681
M Professional, scientific and technical activities	21	5.630
N Administrative and support service activities	19	5.094
Total	373	100

Tab. 2 shows the individual questionnaire items and scales by which the individual variables were measured. It also shows the Cronbach's alpha reliability value for each variable.

Tab. 2: Measurement instruments

Variable, source, scale	Measures and items	The Cronbach's alpha reliability value
Inter-organizational trust (Zaheer et al., 1998; Rempel and Holmes, 1986), 1 = strongly disagree; 7 = strongly agree	<ol style="list-style-type: none"> 1. Our key suppliers have always been even-handed in its negotiations with our organization. 2. Our key suppliers may use opportunities that arise to profit at our expense. (reverse coded) 3. We can rely on key suppliers to keep promises made to us. 4. We are hesitant to transact with our key 	0.909

	suppliers when the specifications are vague. (reverse coded) 5. Our key suppliers are trustworthy.	
Interpersonal trust (Zaheer et al., 1998; Rempel and Holmes, 1986), 1 = strongly disagree; 7 = strongly agree	1. Contact persons of key suppliers (purchasing managers) have always been even-handed in negotiations with me. 2. Contact persons (purchasing managers) can always be counted on to act as I expect. 3. My contact persons (purchasing managers) are trustworthy. 4. I have faith in my contact persons (purchasing managers) to look out for my interests even when it is costly to do so. I would feel a sense of betrayal if my contact person's (purchasing managers') performance was below my expectations.	0.872
Costs of negotiation (Zaheer et al., 1998), 1 = very easy (quick); 7 = very difficult (slow)	How smooth or difficult are price negotiations between your company and your key suppliers in the case that the supplier's input costs are increasing? How quick or slow are price negotiations between your company and your key suppliers in the case that the supplier's input costs are increasing?	0.850

Coefficient alpha was developed by Cronbach (1951) and this coefficient is one of the most important statistics in research involving test construction and use (Cortina, 1993).

The Cronbach's alpha reliability value of the all measurement scales are greater than 0.849. Peterson (1994) compared individual recommended values of Cronbach's alpha. According to Peterson (1994) the most quoted are Nunally's recommendations (Nunally 1967; Nunally 1978). Nunally (1967) recommended that the minimally acceptable reliability should be in the range of 0.5 to 0.6, whereas in 1978 (Nunally, 1978) he increased the recommended level to 0.7.

Inter-organizational and interpersonal trust

Ten items for measuring *inter-organizational* and *interpersonal trust* were defined on the basis of studies by Rempel and Holmes (1986) and Zaheer et al. (1998). According to Sabramaniam and Youndt (2005), a seven-point Likert scale was chosen (from strong disagreement to strong agreement with the statement). Unlike Zaheer et al. (1998), we were interested in the relationship between the respondents and key suppliers to the organization.

Costs of negotiation

Negotiation costs are measured with two items defined on the basis of the study by Zaheer et al. (1998). Within this seven-point scale we asked the respondents how easy or difficult and quick or slow negotiations are between the respondent's organization and its key suppliers in case that the supplier's input costs are increasing.

Linear regression attempts to model the relationship between variables by fitting a linear equation to observed data. Variables X_1 and X_2 are considered to be explanatory (independent) variables, and the other (Y) is considered to be a dependent variable. A linear regression line has an equation of the form $y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$. The model design therefore tries to answer the question: How are *Negotiation costs* (dependent variable Y) impacted by:

- *Inter-organizational trust* (independent variable X_1),
- *Interpersonal trust* (independent variable X_2)?

Linear relationships between independent variables and a dependent variable are prerequisite for a correct linear model design. Individual predictors, on the other hand, should be correlated as little as possible.

The coefficient of determination R^2 , which is the ratio of the modeled variability to the overall variability, equals the part of variability of the variable *Negotiation costs*, explained by the predictors of *Inter-organizational trust* and *Interpersonal trust*.

Program Statistica was used for all analyses.

Results and discussion

Table 3 shows Spearman rank correlation coefficients between variables *Negotiation costs*, *Inter-organizational trust* and *Interpersonal trust*. Highlighted values (bold letters) are statistically significant at p -level 0.05.

Tab. 3: Spearman correlation coefficients. Source: own calculation.

	<i>Inter-organizational trust</i>	<i>Interpersonal trust</i>	<i>Negotiation costs</i>
<i>Inter-organizational trust</i>	1.000000	0.854944	-0.579648
<i>Interpersonal trust</i>	0.854944	1.000000	-0.585933
<i>Negotiation costs</i>	-0.579648	-0.585933	1.000000

It is desirable for the correlation between the independent variables *Inter-organizational trust* and *Interpersonal trust* not to be statistically significant, or at least low. Furthermore, it is desirable for the correlation coefficients between the dependent variable and every independent variable to be high and statistically significant. Table 3 shows that this condition was not met fully – although the correlation coefficient between the dependent variable (*Negotiation costs*) and both independent variables *Inter-organizational trust* and *Interpersonal trust* are significant and moderate, while the correlation between the independent variables *Inter-organizational trust* and *Interpersonal trust* is significant and high. The linear regression model design includes both independent variables; low p-levels furthermore indicate that all regression coefficients, as well as the intercept, are statistically significant. It was therefore established, at 0.05 p-level that both independent variables, as well as the intercept, impact upon the dependent variable.

Table 4 shows regression coefficients values, therefore regression equation for *Negotiation costs* is:

$$NC = 6.91 - 0.28 IoT - 0.35 IpT \quad (1)$$

where *NC* is *Negotiation costs*, *IoT* is *Inter-organizational trust*, and *IpT* is *Interpersonal trust*.

Coefficients in the model are very easy to interpret: an increase in *IoT* by one unit reduces *NC* by -0.28 units, an increase in *IpT* by one unit reduces *NC* by -0.35 units.

Tab. 4: Linear regression model. Source: own calculation.

	Param.	Std. Err.	<i>t</i>	<i>p</i>	Beta (β)
Intercept	6.91112	0.232306	29.75001	0.000000	
<i>Inter-organizational trust</i>	-0.28293	0.102496	-2.76038	0.006061	-0.28451
<i>Interpersonal trust</i>	-0.34954	0.104406	-3.34794	0.000898	-0.34507

Coefficients β shown in table 4 serve to evaluate relative contribution of predictors. These coefficients were calculated by standardizing data prior to designing the model. Values of coefficients β indicate that the dependent variable *Negotiation costs* is impacted upon the most by the variable *Interpersonal trust*.

As is apparent from tables 3 and 4, both hypotheses about the negative relationship between *Costs of negotiation* and *Inter-organizational trust* (Spearman's rank correlation coefficient = -0.5796 and coefficient $\beta = -0.2845$) and the *Negotiating costs* and *Interpersonal trust* (Spearman correlation coefficient = -0.5859 and coefficient $\beta = -0.3451$) have been confirmed.

The coefficient of determination R^2 gets the value 0.38. Approximately 38% of the variation in the response variable can be explained by the explanatory variable. The remaining 60% can be explained by unknown, lurking variables or inherent variability. The reason could be a very high correlation between the independent variables *Inter-organizational trust* and *Interpersonal trust*.

Conclusion and suggestions for further research

The authors' aim was to verify the hypotheses about the negative relationship between *inter-organizational trust* and *negotiation costs* and between *interpersonal trust* and *costs of negotiation* with the help of a linear regressive model and Spearman's rank correlation coefficients. All variables were measured on the basis of a questionnaire survey in which 373 organizations with more than 20 employees with their seat in the Czech Republic participated. The questionnaire was answered by the purchase managers of these organizations. The Cronbach's alpha reliability value was higher than 0.871 for all variables. The calculations confirmed the statistically significant negative relationship between *inter-organizational trust* and *costs of negotiation* and between *interpersonal trust* and *negotiating costs*.

Increasing *inter-organizational* and *interpersonal trust* will result in reducing *costs of negotiation*. The subject of additional research will be verification of whether *negotiation costs* are an intermediate variable between *interpersonal trust* and performance.

References

- [1] BERG, J., DICKHAUT, J. and McCABE, K., 1995: Trust, Reciprocity, and Social_History. *Games and Economic Behavior*, 10: 122–142. ISSN 1090-2473.
- [2] CORTINA, J. M., 1993: What is Coefficient Alpha? An Examination of Theory and Applications. *Journal of Applied Psychology*, 78, 1: 98–104. ISSN 0021-9010.
- [3] CRONBACH, L. J., 1951: Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrika*, 16, 3: 297–333. ISSN 0033-3123.

- [4] CURRALL, S. C., JUDGE, T. A., 1995: Measuring Trust between Organizational Boundary Role Persons. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 64, 2, 151–170. ISSN 0749-5978.
- [5] DIRKS, K. T. and FERRIN, D. L., 2001: The Role of Trust in Organizational Settings. *Organization Science*, 12, 4: 450–467. ISSN 1526-5455.
- [6] FUKUYAMA, F., 1999: *The Great Disruption: Human Nature and the Reconstitution of Social Order*. New York: Free Press, 368 p. ISBN 0-684-84530-X.
- [7] GULATI, R., 1995: Does Familiarity Breed Trust? The Implications of Repeated Ties for Contractual Choice in Alliances. *Academy of Management Journal*, 38, 1: 85–112. ISSN 0001-4273.
- [8] GULATI, R. and SYTCH, M., 2008: Does Familiarity Breed Trust? Revisiting the Antecedents of Trust. *Managerial and Decision Economics*, 29, 2-3: 165–190. ISSN 1099-1468.
- [9] GURTMAN, M. B., 1992: Trust, distrust, and interpersonal problems: A circumplex analysis. *Journal of Personality and Social Psychology*, 62, 6, 989–1002. ISSN 0022-3514.
- [10] GÜTH, W., KLOSE, W., KÖNIGSTEIN, M. and SCHWALBACH, J., 1998: An experimental study of a dynamic principal–agent relationship. *Managerial and Decision Economics*, 19, 4-5: 327–341. ISSN 1099-1468.
- [11] KRAMER, R. M., 1999: Trust and distrust in organizations: emerging perspective, enduring questions. *Annual Psychological Review*, 50: 569–598. ISSN 0066-4308.
- [12] McALLISTER, D. J., 1995: Affect- and cognition-based trust as foundations for interpersonal cooperation in organizations. *Academy of Management Journal*, 38, 1: 24–59. ISSN 0001-4273.
- [13] MILGROM, P. and ROBERTS, J., 1992: *Economics, Organization and Management*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 621 p. ISBN 0-132-24650-3.
- [14] NOORDERHAVEN, N. G., 1995: Trust and Transactions: toward Transaction Cost Analysis with a Differential Behavioral Assumption. *Tijdschrift voor Economie en Management*, 25, 1: 5–18. ISSN 0772-7674.
- [15] NUNALLY, J. C., 1978: *Psychometric Theory*, 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 701 p. ISBN 0070474656.
- [16] JNUNALLY, J. C., 1967: *Psychometric Theory*, 1st ed. New York: McGraw-Hill, 640 p. ISBN 0070475628.
- [17] PETERSON, R. A., 1994: A Meta-Analysis of Cronbach's Coefficient Alpha. *Journal of Consumer Research*, 21, 2: 381–391. ISSN 0093-5301.

- [18] REMPEL, J. K. and HOLMES, J. G., 1986: How Do I Trust Thee? *Psychology Today*, 20, 2: 28–34. ISSN 0033-3107.
- [19] ROTTER, J. B., 1971: Generalized expectancies for interpersonal trust. *American Psychologist*, 26, 5: 443–452. ISSN 0003-066X.
- [20] SABRAMANIAM, M., YOUNDT, M. A., 2005: The influence of intellectual capital on the types of innovative capabilities. *Academy of Management Journal*, 48, 3: 450–463. ISSN 0001-4273.
- [21] UZZI, B., 1997: Social structure and competition in interfirm networks: the paradox of embeddedness. *Administrative Science Quarterly*, 42, 1: 35–67. ISSN 0001-8392.
- [22] WILLIAMSON, O. E., 1975: *Markets and Hierarchies: Analysis and Antitrust Implications*. New York, Free Press, 288 p. ISBN 0-029-35360-2.
- [23] WILLIAMSON, O. E., 1985: *The Economic Institutions of Capitalism: Firms, Markets, Relational Contracting*. New York: Free Press, 400 p. ISBN 0-029-34820-X.
- [24] ZAHEER, A., McEVILY, B. and PERRONE, V., 1998: Does Trust Matter? Exploring the Effects of Interorganizational and Interpersonal Trust on Performance. *Organization Science*, 9, 2: 141–159. ISSN 1526-5455.
- [25] ZAHEER, A. and VENKATRAMAN, N., 1995: Relational Governance as an Interorganizational Strategy: An Empirical Test of the Role of Trust in Economic Exchange. *Strategic Management Journal*, 16, 5: 373–392. ISSN 1097-0266.

Kontaktní údaje

Ing. Roman Fiala

Katedra ekonomických studií Vysoké školy polytechnické Jihlava

E-mail: fiala@vspj.cz

RNDr. Jana Borůvková, Ph.D.

Katedra matematiky Vysoké školy polytechnické Jihlava

E-mail: boruvkova@vspj.cz

Mgr. Martin Prokop

Katedra matematiky Vysoké školy polytechnické Jihlava

E-mail: prokopm@vspj.cz

Parametrické vs. neparametrické benčmarketingové metódy na odhad efektívnosti

Andrea Furková, Kvetoslava Surmanová

Ekonomická univerzita v Bratislave, SR

Abstrakt

V príspevku sa venujeme problematike benčmarketingových metód na vyhodnocovanie správania sa produkčných jednotiek. Meranie efektívnosti je väčšinou založené buď na princípe parametrickej alebo neparametrickej hranice efektívnosti. Výber metódy odhadu je predmetom mnohých odborných diskusií pričom niektorí vedci uprednostňujú metódy parametrické, iní metódy neparametrické. Cieľom príspevku je poskytnúť prehľad týchto metód a ich silných a slabých stránok so zameraním sa na dve metódy: neparametrickú metódu Data Envelopment Analysis (DEA) a na Stochastic Frontier Analysis (SFA) ako metódu parametrickú. Pozorné zváženie výhod a nevýhod jednotlivých metód môže prispieť k správne mu využívaniu týchto techník.

Kľúčové slová

Efektívnosť, parametrické a neparametrické metódy, Data Envelopment Analysis (DEA), Stochastic Frontier Analysis (SFA).

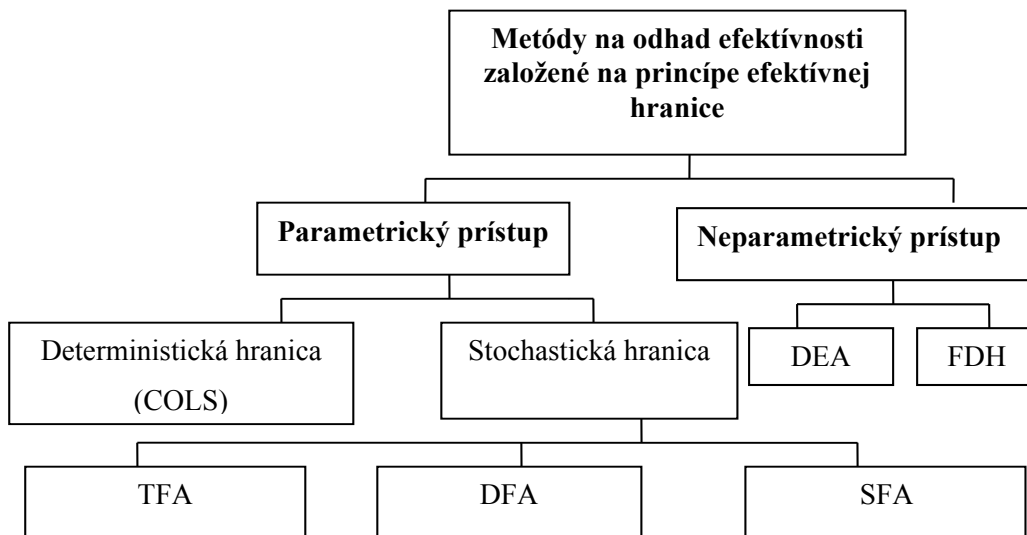
Úvod

Odhad efektívnosti je dôležitou oblasťou ekonomických analýz a neustále priťahuje pozornosť mnohých ekonómov. Odborná literatúra zameraná na meranie a odhad efektívnosti je založená buď na parametrických alebo neparametrických benčmarketingových metódach na odhad efektívnosti. Oba tieto prístupy vychádzajú z princípu tzv. efektívnej hranice, ktorá je tvorená najlepšimi sledovanými jednotkami. Výstupy (alebo náklady) sledovaných jednotiek sú porovnávané s „referenčným správaním“ resp. „štandardom“ nazývaným efektívnou hranicou¹¹ a neefektívnosť jednotky je potom definovaná ako odchýlka od optimálneho bodu na efektívnej hranici. Efektívnosť jednotky môžeme rozložiť na dve zložky: technickú efektívnosť, ktorá odráža schopnosť jednotky dosiahnuť maximálny výstup z danej množiny vstupov a alokovanú efektívnosť, ktorá zachytáva schopnosť použiť vstupy v optimálnych proporciách pri stanovených cenách a výrobnej technológii. Kombinácia týchto dvoch mier poskytuje mieru celkovej ekonomickej (nákladovej) efektívnosti.

¹¹ V prípade odhadu efektívnosti nákladovej hovoríme o nákladovej hranici a v prípade odhadu efektívnosti technickej hovoríme o produkčnej hranici.

Na odhad efektívnej hranice (skutočná efektívna hranica nie je známa) metódami neparametrického prístupu sa využíva lineárne programovanie. Do tejto kategórie metód patrí napr. známa Data Envelopment Analysis (DEA) alebo Free Disposal Hull (FDH). Medzi parametrické metódy zaraďujeme napr. Stochastic Frontier Analysis (SFA), Thick Frontier Approach (TFA) a Distribution Free Approach (DFA). Tieto metódy využívajú ekonometrickú teóriu na odhad vopred vybraného funkčného tvaru. Výber vhodnej metódy na odhad efektívnosti je predmetom mnohých diskusií a keďže neexistujú jednoznačné dôvody pre uprednostnenie niektorého prístupu, či metódy na odhad efektívnosti rozhodli sme sa v príspevku zamerať pozornosť na prehľad a porovnanie týchto metód, na ich hlavné výhody a nevýhody. Z neparametrických metód sme sa podrobnejšie zamerali na analýzu obalu dát (DEA) a z parametrických metód na analýzu stochastickej hranice (SFA).

Obr. č. 1: Modely hraníc – parametrický prístup a neparametrický prístup



Zdroj: vlastné vypracovanie

DEA ako aj ostatné neparametrické metódy majú deterministickú povahu, čo znamená, že neobsahujú náhodnú zložku a preto nie je možné eliminovať negatívne dopady náhodných chýb na meranie efektívnosti. Na druhej strane DEA optimalizuje vzhľadom na každú individuálnu jednotku (v literatúre označované ako DMU – Decision Making Unit) a nevyžaduje formuláciu funkcie, ktorá by bola vhodná pre všetky pozorovania. Prostredníctvom týchto modelov je možné určiť najlepšie jednotky a taktiež je možné identifikovať zdroje neefektívnosti sledovaných neefektívnych jednotiek. Ďalšia neparametrická metóda FDH je považovaná za zovšeobecnenie DEA modelu s variabilnými výnosmi z rozsahu. Na rozdiel od DEA modelu, FDH neumožňuje substitúcie medzi napozorovanými hodnotami vstupov a teda izokvanta (bližšie pozri napr. v [7], [23]) vyzerá ako klesajúca stupňovitá funkcia.

Pôvodné modely parametrického prístupu na odhad efektívnosti sú označované ako modely s deterministickou hranicou, pretože tieto modely špecifikujú iba jednostranný poruchový člen reprezentujúci neefektívnosť. Tieto modely sú založené na odhade metódou najmenších štvorcov (MNS) a zaradujeme sem napr. model COLS (Corrected Ordinary Least Squares). Druhú skupinu modelov hraníc označujeme ako stochastické modely hraníc, pretože pridávajú dodatočný člen do deterministickej hranice a snažia sa o odlišenie neefektívnosti od efektov náhodných chýb, čo dodáva výsledkom vyššiu vierohodnosť. Za nevýhodu tohto prístupu možno považovať konkrétnu funkčnú závislosť, ktorá určuje tvar efektívnej hranice.

Pri metóde SFA sa po určení funkčného tvaru závislosti medzi vstupmi a výstupmi odhadujú neznáme parametre využitím ekonometrických metód a neefektívnosť je modelovaná ako dodatočný poruchový člen. Predpokladá sa, že neefektívnosti majú asymetrické rozdelenie a náhodné poruchy symetrické rozdelenie.

DFA taktiež špecifikuje funkčný tvar hranice, ale odlišuje neefektívnosť od náhodných porúch iným spôsobom. Na rozdiel od metódy SFA, nie sú stanovené silné predpoklady na konkrétne rozdelenia neefektívnosti a náhodných porúch. DFA predpokladá, že efektívnosť každej jednotky je v čase stabilná, zatiaľ čo náhodné poruchy majú sklon dosahovať priemer okolo nuly. Odhad efektívnosti pre každú sledovanú jednotku sa vypočíta ako diferenciacia medzi priemerným reziduálom a priemerným reziduálom jednotiek ležiacich na hranici. Pri metóde DFA môžu mať neefektívnosti takmer ľubovoľné rozdelenie, pokiaľ nie sú neefektívnosti záporné. Ak však dochádza ku zmenám efektívnosti v čase z dôvodu technologických zmien, regulačných zmien, zmien úrokových mier alebo iných vplyvov, potom DFA popisuje priemernú odchýlku každej jednotky od efektívnej hranice, skôr než efektívnosť v danom čase.

Pri metóde TFA je potrebné špecifikovať funkčný tvar a predpokladá sa, že odchýlky od prognózovaných hodnôt efektívnosti v rámci najvyšších a najnižších kvartilov výkonnosti predstavujú náhodné poruchy, zatiaľ čo odchýlky v prognózovanej efektívnosti medzi najvyššími a najnižšími kvartilmi predstavuje neefektívnosť. Neexistujú predpoklady o rozdeleniach pravdepodobnosti neefektívností ani náhodných porúch, predpokladá sa iba, že neefektívnosti sa líšia medzi najvyššími a najnižšími kvartilmi a že náhodné poruchy existujú v rámci týchto kvartilov. TFA neposkytuje bodové odhady efektívnosti jednotlivých sledovaných jednotiek, ale je zameraná na všeobecnú úroveň celkovej efektívnosti. Táto metóda eliminuje vplyv extrémnych pozorovaní. Prehľad metód je uvedený na obr. č. 1 a jednotlivé metódy sú podrobne popísané v [7], [23], [12].

Vývoj a súčasnosť metodológie DEA a SFA

Analýza obalov dát ako aj analýza stochastickej hranice bola priamo ovplyvnená literatúrou z oblasti produkčnej efektívnosti, ktorá začala s prácou Koopmansa [20], Debreua [9] a Shepharda [28]. Koopmans zadefinoval technickú efektívnosť a to nasledujúco: „Výrobca je technicky efektívny vtedy a len vtedy ak nie je možné

vyrábať viac z jedného druhu výstupu bez toho, aby nedošlo k zníženiu iného druhu výstupu alebo použitím väčšieho množstva vstupov“.

Debreu a Shephard navrhli funkciu vzdialenosti ako spôsob modelovania viac výstupovej technológie ako aj spôsob merania radiálnej vzdialenosti výrobcu od hranice a to výstupovo orientovanej (Debreu) alebo vstupovo orientovanej (Shephard). Spojenie funkcie vzdialenosti s technickou efektívnosťou bolo kľúčové vo vývoji merania efektívnosti. Farrell [11] ako prvý meral produkčnú efektívnosť empiricky. Vychádzajúc z prác Koopmansa a Debreua, Farrell ukázal ako definovať nákladovú efektívnosť a ako môže byť rozložená na jej technický a alokovaný komponent. Taktiež urobil empirickú aplikáciu amerického poľnohospodárstva s využitím techník lineárneho programovania.

Táto aplikácia inšpirovala viacerých autorov ako aj Charnesa, Coopera a Rhodesa [17], ktorí ako prví vo svojom článku použili termín analýza obalov dát, čím sa významne zaslúžili o rozvoj DEA modelov. DEA je teraz široko používanou neparametrickou metódou na meranie efektívnosti. Charnes, Cooper a Rhodes navrhli model, ktorý bol vstupovo orientovaný s predpokladom o konštantných výnosoch z rozsahu. Alternatívne DEA modely s variabilnými výnosmi z rozsahu môžeme nájsť v prácach Färe, Grosskopf a Logana [10] a Bankera, Charnesa a Coopera [2]. Známy je aj aditívny model [16], model založený na sklzoch [30], stochastické DEA modely [25].

Pôvod SFA nájdeme v dvoch prácach, ktoré boli publikované takmer simultánne dvoma tímami autorov z rôznych kontinentov. Práca Meeusena a van den Broecka [24] sa objavila v júni a o mesiac neskôr práca Aignera, Lovella a Schmidta [1]. Obe práce boli veľmi podobné a objavili sa krátko pred treťou prácou zaoberajúcou sa problematikou SFA a to prácou Batteseho a Corri [5]. Tieto tri pôvodné SFA modely obsahovali zložený poruchový člen ($v - u$) a zaoberali sa odhadom produkčnej hranice. Prvý člen v (predpoklad o normálnom rozdelení pre v), zloženého poruchového člena zachytával náhodné vplyvy a druhá zložka u , pokrývala vplyv technickej neefektívnosti. Meeusen a van den Broeck predpokladali exponenciálne rozdelenie pre u , Battese a Corra predpokladali polonormálne rozdelenie a Aigner, Lovell a Schmidt uvažovali s oboma rozdeleniami pre u . Model bol odhadnutý metódou maximálnej vierohodnosti (ML) a následne bola odhadnutá stredná hodnota technickej neefektívnosti sledovanej vzorky. Nevýhodou však bola skutočnosť, že nebolo možné rozložiť individuálne reziduály na ich dva komponenty a teda nebolo možné odhadnúť technickú neefektívnosť pre každé pozorovanie. Tento problém vyriešili Jondrow a kol. [18] (JLMS), ktorí navrhli, že buď stredná hodnota alebo modus podmieneného rozdelenia $[u_i | v_i - u_i]$ dáva odhady technickej neefektívnosti každého výrobcu vo vzorke. Táto možnosť získania individuálnych odhadov efektívnosti významne zvýšila atraktivnosť SFA.

Jednoduchou zmenou znamienka člena neefektívnosti u^{12} môžeme zmeniť model stochastickej produkčnej hranice na model stochastickej nákladovej hranice, kde u teraz predstavuje nákladovú neefektívnosť zloženú z technickej a alokovanej neefektívnosti.

¹² ($v + u$) – zložený poruchový člen v prípade stochastickej nákladovej hranice

Aj v tomto modeli môžeme aplikovať JLMS procedúru na dekompozíciu zloženého poruchového člena. Problematické je však rozloženie nákladovej neefektívnosti na technickú a alokovanú neefektívnosť.

Prvé SFA modely boli aplikované na prierezových údajoch. Panelové dáta však poskytujú viac informácií o správaní sa jednotiek, pretože nám umožňujú sledovať správanie sa každej jednotky v čase. Rozšírenie metódy maximálnej vierohodnosti na panelové dáta urobili Pitt a Lee [26] a Schmidt a Sickles [29], ktorí aplikovali metódy fixných a náhodných vplyvov na problém merania efektívnosti. Na odhad použili zovšeobecnenú metódu najmenších štvorcov (GLS). Významnou výhodou panelových dát je, že umožňujú konzistentné odhady individuálnych efektívnosti výrobcov, kým JLMS technika negeneruje konzistentné odhady v kontexte prierezových údajov.

Prvé modely panelových dát boli založené na predpoklade o konštantnosti efektívnosti v čase. Takýto predpoklad je však neudržateľný v prípade dlhých panelov. Modelmi panelových dát s predpokladom o efektívnosti meniacej sa v čase sa zaoberali napríklad: Cornwell, Schmidt a Sickles [8], Kumbhakar [21] a Battese a Coelli [3].

Ak sa efektívnosť mení medzi jednotkami alebo v čase, je prirodzené hľadať faktory, ktoré ovplyvňujú efektívnosť. V prvých prácach bol uplatnený dvojstupňový prístup, v rámci ktorého na prvom kroku sú odhadnuté individuálne efektívnosti a na druhom kroku sú odhadnuté efektívnosti dané do regresie s vysvetľujúcimi premennými. V novších prácach ako napr. Kumbhakara, Ghosha a McGuckina [22], Reifschneidera a Stevenson [27], Huang a Liua [15] a Batteseho a Coelliho [4] je uprednostňovaný jednostupňový prístup. V týchto modeloch sú niektoré exogénne premenné (tie, ktoré by mali vysvetľovať neefektívnosť) priamo včlenené do člena neefektívnosti (u) čo umožňuje merať heterogenitu jednotiek. Často však tieto exogénne premenné nie sú dostupné alebo sú príliš komplexné na to, aby boli zmerané jednoduchými indikátormi. V takýchto prípadoch sa uplatňujú najnovšie modely navrhnuté Greenom [13], [14] a ďalšími. Tieto modely môžu lepšie rozlíšiť nepozorovanú špecifickú heterogenitu jednotiek od neefektívnosti a to pridaním dodatočného, časovo invariantného náhodného člena pre heterogenitu.

Analýza obalov dát

Medzi tradičné modely DEA zaradíme model CCR s predpokladom o konštantnosti výnosov z rozsahu (Constant Returns to Scale – CRS) t.j., že každá jednotka vstupu prináša rovnaké množstvo výstupov. Tento predpoklad je však vhodný iba vtedy, ak všetky sledované jednotky operujú v tzv. optimálnom rozsahu. Avšak existencia nedokonalejšej konkurencie, vládna regulácia atď. môžu spôsobiť, že jednotky neoperujú v optimálnom rozsahu. Banker, Charnes a Cooper [2] preto navrhli rozšírenie CCR modelu na prípad premenlivých výnosov z rozsahu (Variable Returns to Scale - VRS). Rozdiel medzi týmito dvoma modelmi je iba v množine prípustných riešení v úlohe LP. CCR model s konštantnými výnosmi z rozsahu môžeme ľahko modifikovať na BCC model s premenlivými výnosmi z rozsahu a to pridaním podmienky konvexnosti ($e^T \lambda = 1$) do modelu.

Vstupovo orientovaný DEA model – technická efektívnosť

Predpokladajme, že existuje N hodnotených jednotiek, ktoré maximalizujú svoju efektívnosť. Ďalej predpokladáme, že máme k dispozícii údaje o K vstupoch a M výstupoch pre každú DMU. i – tá DMU je reprezentovaná vektormi \mathbf{x}_i a \mathbf{y}_i . Matica \mathbf{X} je matica vstupov rozmeru $K \times N$ a matica \mathbf{Y} je matica výstupov rozmeru $M \times N$ a obsahujú údaje za všetkých N jednotiek. Vstupovo orientovaný DEA model (CCR model) s predpokladom o konštantnosti výnosov z rozsahu a radiálnou mierou vzdialenosti k efektívnej hranici môžeme naformulovať nasledujúco:

$$\begin{aligned} & \min_{\theta, \lambda} \theta \\ & -\mathbf{y}_i + \mathbf{Y}\lambda \geq \mathbf{0} \\ & \theta\mathbf{x}_i - \mathbf{X}\lambda \geq \mathbf{0} \\ & \lambda \geq \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (1)$$

kde θ je skalár a λ je $N \times 1$ vektor váh priradených jednotlivým jednotkám. Túto úlohu môžeme interpretovať nasledovne: minimalizujeme hodnotu θ , teda aj redukované množstvo vstupov $\theta\mathbf{x}_i$ tak, aby jednotka opísaná dvojicou $(\theta\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i)$ patrila do množiny výrobných možností. Modelom sa snažíme nájsť virtuálnu jednotku charakterizovanú vstupmi $\mathbf{X}\lambda$ a výstupmi $\mathbf{Y}\lambda$, ktoré sú lineárnou kombináciou vstupov a výstupov ostatných sledovaných jednotiek a ktoré sú lepšie (alebo aspoň nie sú horšie) ako vstupy a výstupy hodnotenej DMU, tzn., že pre vstupy a výstupy virtuálnej jednotky musí platiť $\mathbf{X}\lambda \leq \mathbf{x}_i$ a $\mathbf{Y}\lambda \geq \mathbf{y}_i$. Ak virtuálna jednotka s takýmito vlastnosťami neexistuje, resp. virtuálna jednotka je totožná s hodnotenou jednotkou, tzn., že platí $\mathbf{X}\lambda = \mathbf{x}_i$ a $\mathbf{Y}\lambda = \mathbf{y}_i$. Hodnotená DMU bude teda efektívna, ak optimálna hodnota účelovej funkcie modelu (1) bude rovná jednej (hodnota θ bude predstavovať mieru technickej efektívnosti (TE_i) i -tej DMU) a hodnoty všetkých doplnkových premenných s^+ (doplnková premenná pre výstupy vyjadrujúca nedostatok výstupov (output shortfalls)) a s^- (doplnková premenná pre vstupy vyjadrujúca nadbytok vstupov (input excesses)) sú rovné nule. Hodnota jedna indikuje bod na efektívnej hranici a preto je príslušná DMU technicky efektívna podľa Farrellovej [11] definície efektívnosti a čím nižšia je hodnota θ , tým viac je DMU neefektívna v rámci uvažovaného súboru jednotiek. Táto hodnota ukazuje potrebu proporcionálneho zníženia vstupov tak, aby sa jednotka stala efektívnou. Výhodou DEA modelov nie je teda iba to, že umožňujú získať odhad miery efektívnosti pre sledované jednotky a na základe tejto miery jednotky usporiadať, ale poskytujú rozhodovateľovi aj informácie o tom, akým spôsobom by sa malo zlepšiť správanie DMU tak, aby sa stala efektívnou.

Výstupovo orientovaný DEA model – technická efektívnosť

V predchádzajúcom vstupovo orientovanom modeli sa pri identifikácii technickej neefektívnosti vychádzalo z proporcionálnej redukcie vstupov a predpokladali sme,

že úroveň výstupu je fixná. Avšak je možné merať technickú neefektívnosť ako proporcionálny rast vo výstupe a za predpokladu, že úroveň vstupov je fixná. Vybrať orientáciu modelu je náročná úloha, rozhodnúť sa možno podľa premenných (vstupy alebo výstupy), ktoré manažéri dokážu viac ovplyvniť. Výstupovo orientovaný DEA model s predpokladom o variabilných výnosoch z rozsahu a radiálnou mierou vzdialenosti k efektívnej hranici môžeme naformulovať nasledujúco:

$$\begin{aligned}
 & \max_{\phi, \lambda} \phi \\
 & -\phi \mathbf{q}_i + \mathbf{Q}\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0} \\
 & \mathbf{x}_i - \mathbf{X}\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0} \\
 & \mathbf{e}^T \boldsymbol{\lambda} = 1 \\
 & \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0},
 \end{aligned} \tag{2}$$

kde $1 \leq \phi \leq \infty$ a $\phi - 1$ je proporcionálny rast vo výstupov, ktorý môže dosiahnuť i -ta firma pri danej úrovni vstupov, matica \mathbf{Q} je matica výstupov rozmeru $M \times N$ a obsahujú údaje za všetkých N jednotiek, ostatné premenné boli definované v predchádzajúcom modeli. Miera technickej efektívnosti (výstupovo orientovaná) sa môže pohybovať v intervale od 0 po 1 a vypočítame ju nasledujúco:

$$TE_O = 1/\phi \tag{3}$$

Populárnym rozšírením predchádzajúcich DEA modelov sú modely, ktoré nám umožňujú kvantifikovať nielen technickú efektívnosť ale aj nákladovú efektívnosť, alokovanú efektívnosť, efektívnosť zisku či efektívnosť tržieb. Na aplikáciu týchto modelov je nutná informácia o cenách vstupov alebo výstupov ako aj predpoklad o strategickom správaní sa DMU, ako je napr. minimalizácia nákladov, maximalizácia tržieb, maximalizácia zisku atď. (bližšie pozri v [7]).

Analýza stochastickej hranice

Na odhad efektívnosti prostredníctvom prístupu SFA môžeme využiť z hľadiska povahy dve skupiny modelov a to modely prierezové a modely panelové. Metodológiu SFA budeme ilustrovať na prierezočných dátach, čiže budeme predpokladať že nemáme k dispozícii panel dát a budeme uvažovať o modeli stochastickej nákladovej hranice. Uvažujeme teda o prierezovom modeli, pričom sú známe ceny vstupov, vyprodukované množstvá výstupov a celkové náklady pre každú sledovanú jednotku. Model nákladovej hranice môžeme naformulovať nasledovne:

$$C_i = c(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i, \beta) \exp\{u_i\} \quad i = 1, \dots, N, \tag{4}$$

kde $C_i = \mathbf{w}_i^T \mathbf{x}_i = \sum_n w_{ni} x_{ni}$ sú náklady i -tej jednotky, $\mathbf{y}_i = (y_{1i}, \dots, y_{Mi}) \geq \mathbf{0}$ je vektor výstupov i -tej jednotky, $\mathbf{w}_i = (w_{1i}, \dots, w_{Ni}) \geq \mathbf{0}$ je vektor cien vstupov i -tej jednotky, $c(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i, \beta)$ je nákladová deterministická hranica spoločná pre všetky jednotky a β

je vektor neznámych technologických parametrov a u_i je nezáporný člen nákladovej neefektívnosti. Môžeme si všimnúť, že vektor vstupov \mathbf{x} použitých i -tou jednotkou nie je potrebný. Avšak, ak tento vektor nemáme k dispozícii, nákladová neefektívnosť nemôže byť rozložená na vstupovo orientovanú technickú neefektívnosť a vstupovo alokovanú neefektívnosť. Nákladovú efektívnosť i -tej jednotky vychádzajúc z rovnice (4) môžeme zapísať nasledujúco:

$$CE_i = \frac{c(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i, \boldsymbol{\beta})}{C_i} = \exp\{-u_i\} \quad (5)$$

čo vyjadruje nákladovú efektívnosť ako pomer minimálnych nákladov k napozorovaným nákladom. Keďže $C_i \geq c(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i, \boldsymbol{\beta})$, z toho vyplýva, že $CE_i \leq 1$.

$CE_i = 1$ iba v prípade ak $x_{ni} = x_{ni}(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i, \boldsymbol{\beta})$ pre všetky n , teda $C_i = \sum_n w_{ni} x_{ni}(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i, \boldsymbol{\beta})$ dosahuje svoju minimálnu hodnotu $c(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i, \boldsymbol{\beta})$, inak

$CE_i < 1$. Vo vzťahu (4) nákladová hranica $c(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i, \boldsymbol{\beta})$ je deterministická a teda v rovnici (5) je celý rozdiel napozorovaných nákladov nad minimum dosiahnuteľných nákladov považovaný za nákladovú neefektívnosť. Takáto formulácia ignoruje skutočnosť, že náklady môžu byť ovplyvnené aj náhodnými šokmi, ktoré sú mimo kontroly jednotiek. Aby bolo možné do analýzy zahrnúť náhodné šoky je potrebné naformulovať stochastickú nákladovú hranicu, t. j. prepíšeme vzťah (4) na

$$C_i = c(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i, \boldsymbol{\beta}) \exp\{v_i\} \exp\{u_i\} \quad (6)$$

kde $[c(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i, \boldsymbol{\beta}) \exp\{v_i\}]$ je stochastická nákladová hranica. Stochastická nákladová hranica sa skladá z dvoch častí: deterministická časť $c(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i, \boldsymbol{\beta})$ spoločná pre všetky jednotky a z náhodnej časti $\exp\{v_i\}$ špecifickej pre jednotku, ktorá zachytáva efekty náhodných šokov. Ak predpokladáme, že nákladová hranica je stochastická, nákladovú efektívnosť definujeme ako

$$CE_i = \frac{c(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i, \boldsymbol{\beta}) \exp\{v_i\}}{C_i} = \exp\{-u_i\} \quad (7)$$

ktorá definuje nákladovú efektívnosť ako pomer minimálnych nákladov s ohľadom na náhodné šoky charakterizované ako $\exp\{v_i\}$ k napozorovaným nákladom.

Ak predpokladáme, že deterministické jadro $c(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i, \boldsymbol{\beta})$ nákladovej hranice má Cobb-Douglasov funkčný tvar, čiže stochastická nákladová hranica modelu v rovnici (7) môže byť prepísaná na nasledujúci tvar:

$$\begin{aligned} \ln C_i &\geq \beta_0 + \beta_y \ln \mathbf{y}_i + \sum_n \beta_n \ln \mathbf{w}_{ni} + v_i \\ &= \beta_0 + \beta_y \ln \mathbf{y}_i + \sum_n \beta_n \ln \mathbf{w}_{ni} + v_i + u_i \end{aligned} \quad (8)$$

kde $\ln C_i$ je logaritmus nákladov, $\ln w_i$ a $\ln y_i$ sú vektory logaritmov cien vstupov a hodnôt výstupov, β je vektor neznámych parametrov, v_i je obojstranná (symetrická) náhodná zložka a u_i je nezáporný člen nákladovej neefektívnosti zloženého poruchového člena $\varepsilon_i = v_i + u_i$.

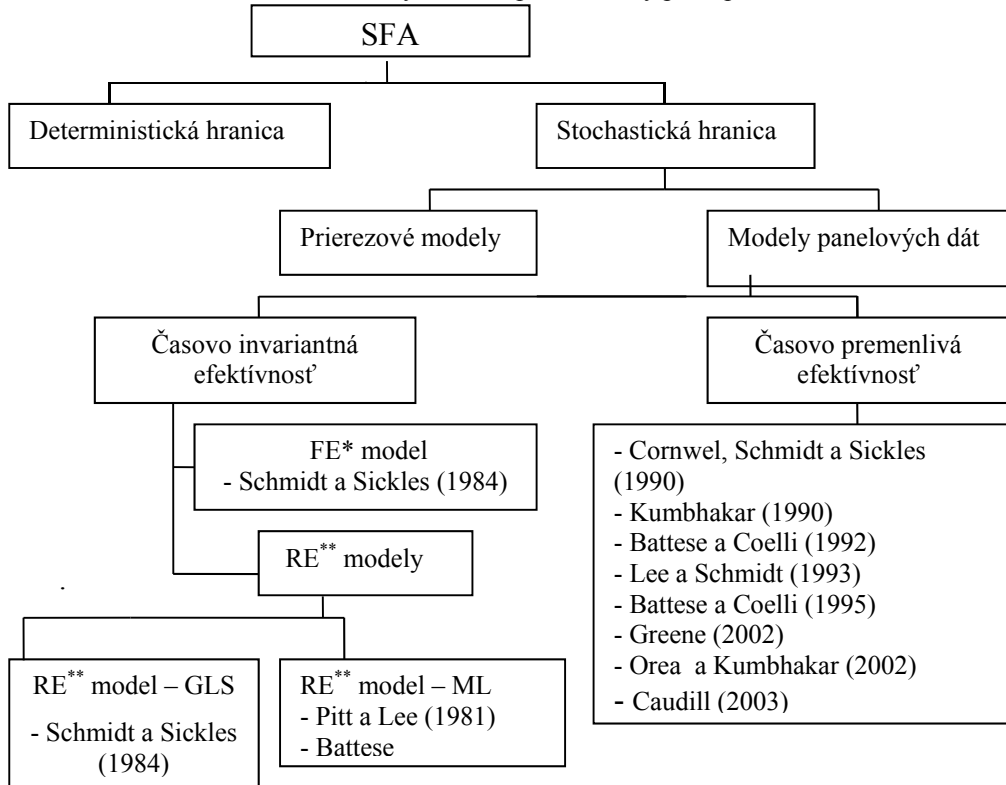
Na odhad neznámych parametrov a dvoch zložiek zloženého poruchového člena modelu naformulovaného v (8) môžeme použiť metódu maximálnej vierohodnosti, metódu momentov alebo zovšeobecnenú metódu najmenších štvorcov (bližšie pozri v [23]). V prípade odhadu modelu (8) metódou maximálnej vierohodnosti (ML) je potrebné urobiť predpoklady o rozdelení člena neefektívnosti u_i , aby sme mohli separovať náhodnú zložku od nákladovej neefektívnosti. Zvyčajne predpokladáme, že v_{it} sú nezávislé a identicky normálne rozdelené premenné s nulovou strednou hodnotou a s rozptylom σ_v^2 , t.j. $v_{it} \sim iid N(0, \sigma_v^2)$ a pre člen neefektívnosti u_i boli navrhnuté štyri rozdelenia:

- polonormálne rozdelenie t.j. $u_i \sim N^+(0, \sigma_u^2)$,
- normálne rozdelenie zrezané v nule t.j. $u_i \sim N^+(\mu_i, \sigma_u^2)$,
- exponenciálne rozdelenie t.j. $u_i \sim \exp(\theta)$,
- gama rozdelenie s strednou hodnotou λ a m stupňami voľnosti t.j. $u_i \sim G(\lambda, m)$.

Na separovanie náhodnej zložky od nákladovej neefektívnosti v reziduáloch môžeme použiť JLMS dekompozíciu (bližšie pozri [23]) alebo prediktor minimálnej štvorcovej chyby, ktorý odvodili autori Battese a Coelli [3]. Odhadnutý komponent technickej neefektívnosti potom môžeme dosadiť do vzťahu (7) aby sme získali špecifický odhad nákladovej efektívnosti sledovanej jednotky.

Prierezové modely SFA nerozlišujú medzi neefektívnosťou a tzv. heterogenitou firmy. Na prekonanie tohto problému boli navrhnuté modely panelových dát. Panel sa skladá z dát za rôzne jednotky, ktoré sú sledované v rôznych časových obdobiach. Keďže panelový model obsahuje viac informácií o jednotkách, tieto modely nám dovoľujú rozlišovať medzi neefektívnosťou a špecifickou heterogenitou firmy. Taktiež je možné špecifikovať časovo invariantný a časovo meniaci sa člen neefektívnosti v panelových dátach (bližšie pozri v [23]). Obr. č. 2 nám poskytuje stručný prehľad modelov SFA.

Obr. č. 2: Modely hraníc – parametrický prístup



Zdroj: vlastné vypracovanie

Poznámka: * fixné efekty

** náhodné efekty

Spôsoby odhadu technickej efektívnosti, či už uvažujeme o prierezových alebo panelových modeloch s deterministickou alebo stochastickou hranicou sú analogické metódam na odhad nákladovej efektívnosti (bližšie pozri v [23]).

Záver

V literatúre sa stretávame s množstvom prístupov a modelov (uvedených vyššie) na meranie efektívnosti. Porovnanie efektívnosti ziskových, či neziskových organizácií je dôležitou otázkou pre analytikov, manažérov a rovnako aj pre tvorcov hospodárskej politiky. Vzniká však riziko, že rôzne prístupy môžu viesť k rozličným odhadom individuálnych efektívností a dôležitá je otázka spoľahlivosti získaných výsledkov. Vo všeobecnosti neexistujú jednoznačné kritéria pre výber vhodnej metódy či modelu, je potrebné zvážiť výhody a nevýhody jednotlivých metód, resp. aplikovať viaceré prístupy a preveriť, či výsledky získané z rôznych prístupov a modelov sú vzájomne „konzistentné“ (bližšie pozri [6]). V príspevku sme našu pozornosť podrobnejšie venovali metodológiám SFA a DEA. Hoci oba prístupy sú založené na rovnakom

princípe efektívnej hranice existujú viaceré rozdiely v týchto prístupoch. Porovnanie, hlavné výhody a nevýhody DEA a SFA uvádzame v nasledujúcej tabuľke.

Tab. 1 SFA a DEA porovnanie

	Stochastic Frontier Analysis (SFA)	Data Envelopment Analysis (DEA)
Charakteristika	Parametrická metóda (ekonometrický prístup)	Neparametrická metóda (matematické programovanie)
Meranie efektívnosti	Technická efektívnosť, nákladová efektívnosť, alokovaná efektívnosť, efektívnosť z rozsahu, celkový faktor produktivity	Technická efektívnosť, nákladová efektívnosť, alokovaná efektívnosť, efektívnosť z rozsahu, celkový faktor produktivity
Výhody	<ul style="list-style-type: none"> • SFA umožňuje odlišovať neefektívnosť od efektov náhodných vplyvov, • umožňuje testovať štatistické hypotézy, • umožňuje výpočet efektívnosti bez informácie o cenách¹³, • v rámci SFA je možné definovať aj modely s predpokladom o efektívnosti meniacej sa v čase. 	<ul style="list-style-type: none"> • umožňuje porovnávať jednotky, ktoré využívajú viacnásobné vstupy a výstupy, • nevyžaduje sa výber žiadneho funkčného tvaru, • DEA optimalizuje vzhľadom na každú individuálnu DMU a porovnáva ju s tzv. „best practice“ DMU vo vzorke údajov, • umožňuje výpočet efektívnosti bez informácie o cenách⁴ alebo váh vstupov a výstupov, • DEA poskytuje rozhodovateľovi informácie aj o tom, akým spôsobom by sa malo zlepšiť správanie DMU tak, aby sa stala efektívnou.

Zdroj: vlastné vypracovanie

Literatúra

- [1] AIGNER, D. J., LOVELL, C. A. K., SCHMIDT, P. *Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models*. Journal of Econometrics č. 6, 1977, s. 21 - 37.
- [2] BANKER, R. D., CHARNES, A., COOPER, W. W. *Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis*. Management Science, 1984, 30, s. 1078 - 1092.
- [3] BATTESE, G. E., COELLI, T. J. 1992. *Frontier Production Functions, Technical Efficiency and Panel Data: With Application to Paddy Farmers in India*. Journal of Productivity Analysis, ročník 3, č. 1-2, s. 153 - 169. ISSN 0895-562X.
- [4] BATTESE, G. E., COELLI, T. J. *A Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data*. Empirical Economics 20, 1995, s. 325 - 332.

¹³ Okrem efektívnosti nákladovej a alokovanej, kde je informácia o cenách vstupov nutná.

- [5] BATTESE, G. E., CORRA, G. S. *Estimation of a Production Frontier Model: With Application to the Pastoral Zone off Eastern Australia*. Australian Journal of Agricultural Economics č. 21, 1977, s. 169 - 179.
- [6] BAUER, P. W., BERGER, A. N., FERRIER, G. D., HUMPHREY, D. B. *Consistency Conditions for Regulatory Analysis of Financial Institutions: A Comparison of Frontier Efficiency Methods*. Journal of Economics and Business 50, 1998, s. 85 - 114.
- [7] COELLI, T. J., RAO PRASADA, D., O'DONNELL, C.J., BATTESE, G. *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*. Kluwer Academic Publishers, 2005, ISBN 978-0-387-24265-1.
- [8] CORNWELL, C., SCHMIDT, P., SICKLES, R. *Production Frontiers with Cross - Sectional and Time - Series Variation in Efficiency Levels*. Journal of Econometrics 46, 1990, s.185 - 200.
- [9] DEBREU, G. *The Coefficient of Resource Utilization*, Econometrica 19(3), 1951, s. 273 - 292.
- [10] FÄRE, R., GROSSKOPF, S, LOGAN, J. *The Relative Efficiency of Illinois Electric Utilities*, Resources and Energy, č. 5, 1983, s. 349 - 367.
- [11] FARRELL, M. J. *The Measurement of Productive Efficiency*. Journal of the Royal Statistical Society Series A CXX, 1957, s. 253- 281.
- [12] FURKOVÁ, A.: *Analýza nákladovej efektívnosti slovenských a českých distribučných podnikov elektrickej energie*. dizertačná práca, Fakulta hospodárskej informatiky, 2007, Ekonomická univerzita v Bratislave.
- [13] GREENE, W. H. *Distinguishing Between Heterogeneity and Inefficiency: Stochastic Frontier Analysis of the World Health Organizations Panel Data on National Health Care Systems*. Health Economics 13, 2004, s. 959 - 980.
- [14] GREENE, W. H. *Reconsidering Heterogeneity in Panel Data Estimators of the Stochastic Frontier Model*. Journal of Econometrics forthcoming, 2005.
- [15] HUANG, C. J., LIU, J. T. *Estimation of a Non-Neutral Stochastic Frontier Production Function*. Journal of Productivity Analysis 5:2 (Jún), 1994, s.171 - 180.
- [16] CHARNES, A., COOPER, W. W., GOLANY, B., SEIFORD, L., STUTZ, J.: *Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto-Koopmans Efficient Empirical Production Functions*. Journal of Econometrics, č. 30, 1985, s. 91 - 107.
- [17] CHARNES, A., COOPER, W. W., RHODES, E. *Measuring Efficiency of Decision Making Units*. European Journal of Operation Research, č. 2, 1978, s. 429 - 444.
- [18] JONDROW, J., LOVELL, C. A. K., MATEROV, I. S, SCHMIDT, P. *On the Estimation of Technical Inefficiency in the Stochastic Frontier Production*

- Function Model*. Journal of Econometrics, č. 19 (2-3), 1982, s.233 - 238. ISSN 0304-4076.
- [19] KUENZLE, M. *Cost Efficiency in Network Industries: Application of Stochastic Frontier Analysis*. Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 2005.
- [20] KOOPMANS, T. C. *An Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities*. Activity of Production and Allocation, č. 13, 1951, New York, Wiley.
- [21] KUMBHAKAR, S. C. *Produktion Frontiers, Panel Data and Time - Varying Technical Inefficiency*. Journal of Econometrics, č.46, 1990, s. 201 - 211.
- [22] KUMBHAKAR, S. C., GHOSH, S., MCGUCKIN, J. T. *A Generalized Production Frontier Approach for Estimating Determinants of Inefficiency in US Dairy Farms*. Journal of Business and Economic Statistics, č. 9 (3), 1991, s. 297 - 286.
- [23] KUMBHAKAR, S. C., LOVELL, C. A. K. *Stochastic Frontier Analysis*. Cambridge University Press, 2003, ISBN 0-521-481848.
- [24] MEEUSEN, W., VAN DEN BROECK, J. *Efficiency Estimation from Cobb - Douglas Production Functions with Compose Error*. International Economic Review, č.18, (2), 1977, s. 435 - 444.
- [25] OLSEN, O. B., PETERSEN, N. C. *Chance Constrained Efficiency Evaluation*. Management Science, č. 41, 1995, s. 442 - 457.
- [26] PITT, M., LEE, L. F. *The Measurement and Sources of Technical Inefficiency in the Indonesian Weaving Industry*. Journal of Development Economics, č. 9, 1981, s. 43 - 64.
- [27] REIFSCHNEIDER, D., STEVENSON, R. *Systematic Departures from the Frontier: A Framework for the Analysis of Firm Inefficiency*. International Economic Review, č. 32 (3), 1991, s. 715 - 723.
- [28] SHEPHARD, R. W. *Cost and Production Functions*. Princeton University Press, 1953.
- [29] SCHMIDT, P., SICKLES, R. *Production Frontiers with Panel Data*. Journal of Business and Economic Statistics, č. 2 (4), 1984, s. 367 - 374.
- [30] TONE, K. *A Slack-based Measure of Efficiency in Data Envelopment Analysis*. European Journal of Operational Research, 2001 (130), č. 3, 2001, s. 498 - 509.
- [31] ŽABKA, M. *DATA ENVELOPMENT ANALYSIS a jej využitie pri vyhodnocovaní efektívnosti bankového sektora*. 2007, 143 s., Bratislava.

Parametric vs. Nonparametric Efficiency Measurement Benchmarking Methods

Abstract

This paper explores the problem of benchmarking methods for performance evaluation and efficiency improvement of production units. The efficiency measurement is generally based either on parametric or on non-parametric frontier methods. The choice of estimation method is an issue of discussions and some researchers prefer the parametric and others the non-parametric approach. The aim of this paper is to provide a review of both frontier methods and call attention to main strengths and weaknesses. For more detail we concentrated our attention on two benchmarking methods: the non-parametric Data Envelopment Analysis (DEA) and the Stochastic Frontier Analysis (SFA) as the parametric approach. A careful consideration of main advantages and disadvantages of these methods should help us in the correct implementation of these techniques.

Key words

Efficiency, Parametric and nonparametric methods, Data Envelopment Analysis (DEA), Stochastic Frontier Analysis (SFA).

Kontaktné údaje

Ing. Andrea Furková, PhD.
Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Fakulta hospodárskej informatiky
Ekonomická univerzita v Bratislave
Dolnozemska cesta 1/b
852 35 Bratislava, SR
Tel: 00421-2-67295832
E-mail: furkova@euba.sk

Ing. Kvetoslava Surmanová, PhD.
Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Fakulta hospodárskej informatiky
Ekonomická univerzita v Bratislave
Dolnozemska cesta 1/b
852 35 Bratislava, SR
Tel: 00421-2-67295832
E-mail: surmanova@yahoo.com

Řešení problému kulatého stolu pomocí binárních proměnných na příkladu pohádky „O dvanácti měsíčkách“

Vladislav Chýna

VŠE Praha, katedra ekonometrie

Abstrakt

V příspěvku je popsáno řešení úlohy kulatého stolu pomocí 0-1 proměnných. Vlastní řešená úloha pochází z oblasti geocachingu a je formulována pomocí modifikované pohádky o Marušce a dvanácti měsíčkách. Zadání vede na klasický přiřazovací problém s dodatečnými podmínkami. Logická hádanka je vyřešena pomocí SW Lingo, zdrojový kód se nalézá v příloze článku.

Klíčová slova

Kulatý stůl, logická hádanka, optimalizace, přiřazovací problém, Lingo.

Úvod

Při vyslovení slov operační výzkum se většině studentů (ať již stávajících či minulých) zřejmě vybaví výrobní problém či úloha obchodního cestujícího (viz např. [6], [8]), popřípadě hledání optimálních portfolií a jejich testování vzhledem ke zvoleným kritériím (viz např. [1], [7]), pokud pracují v oblasti finančnictví.

Úkolem našeho miniseriálu (první a druhý díl viz [2] a [3]) je však představení optimalizace v úplně jiné oblasti – jako nástroje pro řešení logických hádanek a hlavolamů.

V dnešním příspěvku se podíváme opět na jednu z klasických úloh – rozmístění lidí kolem kulatého stolu. Stejně jako modifikace Einsteinova hlavolamu, kterou jsme řešili minule (viz [3]), pochází i dnešní zadání z oblasti v poslední době stále oblíbenějšího geocachingu (viz [4]). V jednoduchosti jde o hledání tzv. cache (nebo také počestěně kešek), což jsou ukryté schránky s „pokladem“¹⁴. Souřadnice některých cache jsou volně dostupné, jiní autoři však jejich umístění zakódují do logické hádanky

¹⁴ Pod slovem „poklad“ se skrývá ukrytá nádoba s drobnými upomínkovými předměty, často jde

ale pouze o drobnou schránku se sešitkem a tužkou (tzv. log), do které se každý nálezce může zapsat. Nálezci (tzv. cacheři nebo také kešeři či dokonce kačeři) pak samozřejmě soutěží v tom, kdo nalezne danou zakódovanou cache dříve než ostatní – to se týká i našeho problému, jak je možno se přesvědčit v diskusi na www stránkách [5].

(tzv. mystery cache), často velmi originálně a složitě formulované¹⁵. A to je právě náš případ:

Zadání

Zlá macecha poslala svou nevlastní dceru Marušku v zimě na jahody. Maruška po dlouhém hledání přišla na vrchol hory, kde sedělo v kruhu 12 měsíčků. Maruška si stoupla doprostřed kruhu, pěkně pozdravila a pověděla měsíčkům o svém úkolu. Naši měsíčkové ale byli trochu potměšilí a nebohé promrzlé Marušce pověděli, že jí jahody dají, když uhodne, který z měsíčků je který. Maruška nebyla hloupá a své jahody si po chvíli přemítání vysloužila. Je na vás, jestli si své cílové souřadnice také vysloužíte. Já po vás budu chtít odpovědi na následující otázky¹⁶:

1. S kým sousedí Březen? (Číslo dvou měsíců B a C, B je menší)
2. S kým sousedí Říjen? (Číslo dvou měsíců D a E, D je menší)

Měsíčkové Marušce prozradili následující:

1. Únor sedí naproti Květnu.
2. Mezi Dubnem a Zářím sedí právě jeden měsíček.
3. Vedle Června nesedí ani Červenec, ani Únor.
4. Sousedem Srpna je buď Květen nebo Listopad.
5. Na dvou nejbližších místech vlevo od Ledna nesedí ani Listopad, ani Prosinec.
6. Na místě vpravo od Června sedí měsíc, který po něm v roce následuje (tj. Červenec-Prosinec).
7. Vpravo od Dubna sedí jeden z posledních dvou měsíců v roce.
8. Vedle února sedí dva měsíce z druhé poloviny roku.
9. Vedle Srpna sedí dva měsíce z první poloviny roku.
10. V kruhu měsíčků jsou právě tři sousední dvojice měsíčků, které jsou od sebe v roce vzdáleny právě šest měsíců (tj. dvojice jako Leden-Červenec, Duben-Říjen).
11. Únor nesousedí s Červencem.

¹⁵ Obtížnost hádanky se udává v počtu hvězdiček ve škále 1–5, kde 5 je maximum. Náš příklad ohodnotil autor 4 a ½ hvězdičkami a zvolil poetický název Jahodová hora. Jedná se zřejmě o poměrně populární tip úloh, jejichž obtížnost lze snadno modifikovat – na stránkách [4] se totiž nalézají další obdobně formulované zadání, tentokrát však pouze s obtížností 2 hvězdičky.

¹⁶ Parametry slouží k určení pozice cache – blíže viz [5].

Matematický model:

Stejně jako dříve řešené hádanky a hlavolamy i tento příklad vede na modifikaci přiřazovacího problému (formulaci přiřazovacího problému pro zadání z oblasti „klasické“ optimalizace lze nalézt např. v [8] nebo [9]). Zavedme si proto binární proměnné X_{ij} , $i=1,\dots,12$; $j=1,\dots,12$, kde $X_{ij} = 1$ znamená, že měsíček s pořadovým číslem i (1 znamená Leden, ..., 12 Prosinec) sedí u ohně na místě s pořadovým číslem j . Protože každý měsíček musí sedět právě na jednom místě a ekvivalentně každé místo musí být obsazeno právě jedním měsíčkem, dostáváme ihned následující podmínky:

$$\sum_{j=1}^{12} X_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, 12,$$

$$\sum_{i=1}^{12} X_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, 12.$$

Na rozdíl od klasického přiřazovacího problému se ale v našem případě jedná o kulatý stůl (či spíše kulatý oheň). Stěžejní je si proto uvědomit, že pokud existuje řešení zadané úlohy, tak zároveň existuje minimálně 11 alternativních řešení, které získáme pouhým pootočením sedících okolo stolu¹⁷. Proto můžeme zvolit jednu binární proměnnou napevno $X_{ij} = 1$. Pro náš případ jsme zvolili $X_{21} = 1$, což znamená, že Únor sedí na místě 1. Tato volba nám zároveň umožní vhodně zapsat některá omezení – např. že sousedem místa 1 u kulatého stolu je nejen místo 2, ale rovněž místo 12. Za účelem procvičení zápisu podmínek však toto ulehčení nebudeme většinou používat.

Nyní již přejdeme k jednotlivým podmínkám:

1. Únor sedí naproti Květnu:

$$X_{57} = 1 \text{ - zde jsme využili „napevno“ umístěného Února}$$

2. Mezi Dubnem a Zářím sedí právě jeden měsíček:

$$X_{4,j} \leq X_{9,j+2} + X_{9,j-2} \quad \forall j = 3, \dots, 10$$

přičemž krajní případy (překrývající se kruh) ošetříme zvlášť¹⁸:

$$X_{4,1} \leq X_{9,3} + X_{9,11}; \quad X_{4,2} \leq X_{9,4} + X_{9,12};$$

$$X_{4,11} \leq X_{9,1} + X_{9,9}; \quad X_{4,12} \leq X_{9,2} + X_{9,10}.$$

Podívejme se ještě podrobněji, co tato podmínka konkrétně znamená:

¹⁷ Pokud existuje „jediné“ řešení, tak existuje ve 12 různých formách. Ale samozřejmě může existovat i více alternativních řešení, které se liší jinak, než pouhým pootočením.

¹⁸ Pokud bychom chtěli, můžeme zápis zjednodušit využitím skutečnosti, že $X_{9,1} = 0$, protože na prvním místě sedí únor.

Pokud Duben sedí na místě j (tj. $X_{4j} = 1$), díky 0-1 proměnným a nerovnosti $1 \leq \dots$ je vynuceno, že Září sedí buď o 2 místa vpravo ($X_{9j+2} = 1$) nebo vlevo ($X_{9j-2} = 1$). To, že nemůže sedět na dvou místech (tj. $X_{9j+2} + X_{9j-2} = 2$) je pak zajištěno jinou podmínkou. Pokud naopak Duben na místě j nesedí (tj. $X_{4j} = 0$), tak nás tato podmínka v ničem neomezuje (má totiž tvar $0 \leq$ nezáporné číslo, což je automaticky splněno). Podobné úvahy, které jsou pro 0-1 proměnné typické, budeme používat i u ostatních podmínek.

Abychom si ušetřili psaní krajních případů, v dalším textu budeme uvažovat následující zobecnění indexů:

$$j = 1 \rightarrow j - 1 = 12,$$

$$j = 12 \rightarrow j + 1 = 1, \text{ atd.}$$

Rozpis podmínek pro konkrétní případy lze pak nalézt v příloze, která obsahuje zdrojový kód v optimalizačním SW Lingo.

3. Vedle Června nesedí ani Červenec, ani Únor:

Tato podmínka znamená, že

- pokud je místo obsazeno Červnem ($X_{6j} = 1$), tak místa vedle něj nesmí být obsazena ani červencem, ani únorem (podmínka musí zajistit $X_{2,j+1} = X_{2,j-1} = 0$ a $X_{7,j+1} = X_{7,j-1} = 0$ samozřejmě opět pro „správné“ indexy, které dávají u kulatého stolu smysl).
- pokud místo není obsazeno Červnem, tak vedle tohoto místa může sedět kterýkoliv měsíček

$$4(1 - X_{6,j}) \geq X_{7,j+1} + X_{7,j-1} + X_{2,j+1} + X_{2,j-1} \quad \forall j = 1, \dots, 12,$$

4. Sousedem Srpna je buď Květen nebo Listopad:

Podmínky musí tentokrát zajistit, že sousedem je právě jeden z měsíců:

$$X_{8,j} \leq X_{5,j+1} + X_{5,j-1} + X_{11,j+1} + X_{11,j-1} \quad \forall j = 1, \dots, 12,$$

$$X_{8,j} + X_{5,j+1} + X_{5,j-1} + X_{11,j+1} + X_{11,j-1} \leq 2 \quad \forall j = 1, \dots, 12 - \text{ zajistíme, že sousedy nejsou Květen a Listopad zároveň.}$$

5. Na dvou nejbližších místech vlevo od Ledna nesedí ani Listopad, ani Prosinec:

Podobně jako v podmínce 3 zajistíme, že pokud na místě sedí Leden, tak proměnné pro Listopad a Prosinec jsou na dvou místech vlevo (tj. na místech s nižším indexem) nulové.

$$4(1 - X_{1,j}) \geq X_{11,j-1} + X_{11,j-2} + X_{12,j-1} + X_{12,j-2} \quad \forall j = 1, \dots, 12,$$

6. Na místě vpravo od Června sedí měsíc, který po něm v roce následuje (tj. Červenec-Prosinec).

$$X_{6,j} \leq X_{7,j+1} + X_{8,j+1} + X_{9,j+1} + X_{10,j+1} + X_{11,j+1} + X_{12,j+1} \quad \forall j = 1, \dots, 12.$$

7. Vpravo od Dubna sedí jeden z posledních dvou měsíců v roce:

$$X_{4,j} \leq X_{11,j+1} + X_{12,j+1} \quad \forall j = 1, \dots, 12.$$

8. Vedle Února sedí dva měsíce z druhé poloviny roku.

$$2X_{2,j} \leq X_{7,j+1} + X_{8,j+1} + X_{9,j+1} + X_{10,j+1} + X_{11,j+1} + X_{12,j+1} \\ + X_{7,j-1} + X_{8,j-1} + X_{9,j-1} + X_{10,j-1} + X_{11,j-1} + X_{12,j-1} \quad \forall j = 1, \dots, 12$$

9. Vedle Srpna sedí dva měsíce z první poloviny roku:

$$2X_{8,j} \leq X_{1,j+1} + X_{2,j+1} + X_{3,j+1} + X_{4,j+1} + X_{5,j+1} + X_{6,j+1} \\ + X_{1,j-1} + X_{2,j-1} + X_{3,j-1} + X_{4,j-1} + X_{5,j-1} + X_{6,j-1} \quad \forall j = 1, \dots, 12$$

10. V kruhu měsíčků jsou právě tři sousední dvojice měsíčků, které jsou od sebe v roce vzdáleny právě šest měsíců (tj. dvojice jako Leden-Červenec, Duben-Říjen).

Jedná se zřejmě o nejsložitější podmínku. Definujme si proto pomocnou $Y_j, \forall j = 1, \dots, 12$, která bude udávat počet sousedů, kteří se liší právě o 6 měsíců.

Omezení pak formulujeme v následující nelineární podobě:

$$\sum_{i=1}^6 X_{i,j} \cdot X_{i+6,j+1} + \sum_{i=7}^{12} X_{i,j} \cdot X_{i-6,j+1} = Y_j \quad \forall j = 1, \dots, 12,$$

$$\sum_{j=1}^{12} Y_j = 3.$$

11. Únor nesousedí s Červencem:

$$X_{2,j} + X_{7,j+1} \leq 1 \quad \forall j = 1, \dots, 12 \quad \text{- pokud Únor sedí vlevo,}$$

$$X_{7,j} + X_{2,j+1} \leq 1 \quad \forall j = 1, \dots, 12 \quad \text{- pokud Červenec sedí vlevo.}$$

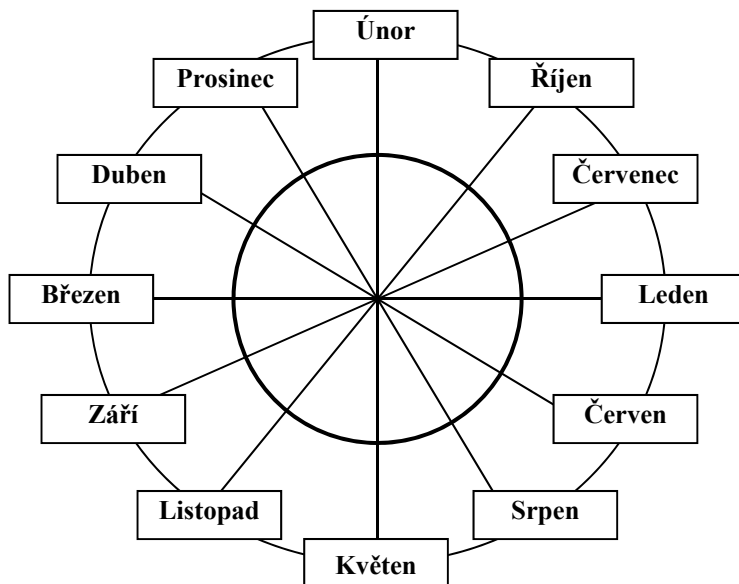
Řešení:

K vyřešení úlohy jsme použili optimalizační SW Lingo, který umožňuje velmi jednoduchý přepis matematického modelu do zdrojového kódu (ten lze nalézt v příloze) a exporty do excelu, které významnou měrou zlepšují čitelnost výstupů (popis vlastního ovládání Linga a příklady jednoduchých kódů mohou zájemci nalézt např. v [8]). Trial verzi SW Lingo lze získat na [10], ale podobnou syntaxi používají i jiné optimalizační programy¹⁹. Vzorové řešení proto může sloužit jako návod na psaní vlastního programu. Konkrétní řešení má pak následující podobu:

X_{ij}	místo u ohně												místo u ohně	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
Leden	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4
Únor	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Březen	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	10
Duben	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	11
Květen	5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	7
Červen	6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	5
Červenec	7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
Srpen	8	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	6
Září	9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	9
Říjen	10	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
Listopad	11	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	8
Prosinec	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	12

Y_j	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

dvojice vzdálené o 6 měsíců



Ještě můžeme ověřit, zda se jedná o jediné řešení problému (resp. o jedno z 12 alternativních řešení, které vzniknou pouze pootočením měsíčků kolem ohně).

¹⁹ A to dokonce i programy, které si běžný uživatel primárně nespojuje s optimalizací – např. optimalizační modul SW SAS.

To provedeme jednoduše zakázáním získaného výsledku:

$$\begin{aligned} X_{1,4} + X_{2,1} + X_{3,10} + X_{4,11} + X_{5,7} + X_{6,5} \\ + X_{7,3} + X_{8,6} + X_{9,9} + X_{10,2} + X_{11,8} + X_{12,12} \leq 11. \end{aligned}$$

Po přidání tohoto omezení již nemá úloha přípustné řešení – nezbývá než popřát dobré počasí při cestě na Jahodovou horu²⁰.

Pozn: Podobný postup (zakazování jednotlivých řešení) je využitelný i v případě, že se chceme přesvědčit o nutnosti konkrétních podmínek pro jednoznačnost řešení. U logických problémů se totiž poměrně často setkáme s tím, že některé podmínky jsou v zadání umístěny „navíc“ – pouze za účelem zjednodušení řešitelnosti pomocí prosté logiky. Pokud např. vynecháme podmínku č. 2, získáváme již několik alternativních řešení – podmínka č. 2 je tedy nutná pro jednoznačnost řešení. Obdobně lze otestovat i ostatní podmínky.

Možnosti praktického využití a zobecnění

I když primárním účelem tohoto příkladu bylo skutečně vyřešit zadanou úlohu a zjistit souřadnice umístěné cache, nejen autor (viz např. [11], [12]) se domnívá, že podobné příklady mohou sloužit jako zpestření výuky operačního výzkumu. Podobné formulace, které jsme použili výše, se totiž vyskytují i v reálných optimalizačních úlohách.

Vyřešení otázky rozmístění kolem kulatého stolu navíc můžeme využít i v případě skutečného problému usazení účastníků jednání. Rovněž při něm se totiž můžeme setkat s omezeními typu: osoba A má sedět vedle osoby B, osoba C nesmí sedět blíže než o 2 místa k osobě A, osoba D má sedět naproti osobě A apod. Protože jsme již při zápisu našeho problému používali obecné značení, není převedení na více/méně osob žádným problémem.

Je však potřeba přiznat, že podobné úlohy většinou vedou na neexistenci přípustného řešení – v takovém případě je pak možné úlohu převést např. na problém cílového programování (nesplnění jednotlivých podmínek je sankcionováno v účelové funkci, která se minimalizuje – jednoduchý příklad na cílové programování lze nalézt např. v [8]). Z úlohy nalezení pouze přípustného řešení se pak stává optimalizační úloha „se vším všudy“ – tj. včetně účelové funkce. Na takový případ (rovněž formou logického problému) se můžeme zkusit podívat někdy příště.

Závěr

V příspěvku jsme ukázali postup, pomocí kterého je možné řešit rozmístění lidí kolem kulatého stolu při zadaných omezeních. Vlastní řešení (v našem případě

²⁰ Na www stránkách [5] se nalézá rovněž kontrolor souřadnic, lze tedy lehce verifikovat, že získané řešení skutečně odpovídá správné pozici cache.

pomocí SW Lingo – viz příloha) obdržíme během okamžiku. I když se matematická formulace především u rozsáhlých úloh může zdát jako poměrně složitá, jedná se pouze o neustále se opakující stejné standardní optimalizační „triky“. Znalost těchto postupů je pak možné použít nejen pro řešení „úloh pro zábavu“, ale i praktických ekonomických problémů. Zápis podmínek by bylo navíc možné zjednodušit využitím skutečnosti, že pozici jednoho z lidí u kulatého stolu (měsíčků u ohně) lze volit napevno.

Literatura

- [1] BRANDA, M., KOPA, M. (2012). DEA-risk efficiency and stochastic dominance efficiency of stock indices. *Czech Journal of Economics and Finance*, Vol. 62, No. 2, 106-124.
- [2] CHÝNA, V. (2010): Řešení hlavolamu Harry Potter a princ dvojí krve pomocí optimalizace. *Logos Polytechnikos 2010*, ročník 1, číslo 2, Vysoká škola polytechnická Jihlava, ISSN 1804-3682
- [3] CHÝNA, V. (2011): Řešení hlavolamů Einsteinova typu pomocí optimalizace, *Logos Polytechnikos 2011*, ročník 2, číslo 3, Vysoká škola polytechnická Jihlava, ISSN 1804-3682
- [4] Geocaching - The Official Global GPS Cache Hunt Site [online]. [cit.2010-05-19]. Dostupné z WWW: <<http://www.geocaching.com/v/default.aspx>>.
- [5] Geocaching – cache Jahodová hora [online]. [cit. 2010-05-19]. Dostupné z WWW: <http://www.geocaching.com/seek/cache_details.aspx?wp=GC1BTHH>.
- [6] JABLONSKÝ, J. (2002): *Operační výzkum*. Professional Publishing, Praha 2002. ISBN 80-86419-42-8.
- [7] KOPA, M. (2010). Measuring of second-order stochastic dominance portfolio efficiency, *Kybernetika* Vol. 46, No. 3, 488–500.
- [8] PELIKÁN, J., CHÝNA, V. (2012): *Kvantitativní management*, Praha: Oeconomica, 2011, ISBN 978-80-245-1830-5
- [9] PELIKÁN, J. (2001): *Diskrétní modely v operačním výzkumu*. Professional Publishing, Praha 2001. ISBN 80-86419-17-7.
- [10] WWW stránky společnosti Lindo systems inc. [online]. [cit. 2012-03-19]. Dostupné z WWW: <<http://www.lindo.com/>>.
- [11] WWW stránky ing. Fábryho – sekce hádanky [online]. [cit. 2012-03-19]. Dostupné z WWW: <<http://nb.vse.cz/~fabry/vyuka.html>>.
- [12] WWW stránky The PuzzlOR - Decision Support puzzles for applied mathematicians [online]. [cit. 2012-03-19]. Dostupné z WWW: <<http://puzzlor.editme.com/>>.

Solving the Problem of Round Table by Using Binary Variables – on the Example of the Fairy-tale “The Twelve Months”

Abstract

The problem of round table is solved in the article using 0-1 variables. Concrete example comes from the area of geocaching and is formulated like modified fairy tale The twelve months. The definition of this exercise leads to the assignment problem with additional conditions. This logical puzzle is solved using SW Lingo – the source code can be found in appendix.

Key words

Round table, logical puzzle, optimization, assignment problem, Lingo.

Kontaktní údaje

RNDr. Ing. Vladislav Chýna, Vysoká škola ekonomická v Praze – katedra ekonometrie, nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Příloha – zdrojový kód v SW Lingo**Model:****Sets:**

```

Cislice/1..12/;
Radek(Cislice):Y; !měsíce leden, únor,...,Y = pomocná
proměnná na podmínku 10;
Sloupec(Cislice); !pořadí měsíců u stolu;
Sachovnice(Radek,Sloupec):X;

```

Endsets**Data:**

```

@ole('Měsíčkové.xls','Reseni','Y')=X,Y;

```

Enddata

```

Rozmer=@size(Cislice);

```

!přiřazovací problém - v každém sloupci a řádku právě jedna jednotka;

```

@FOR(Radek(i):@SUM(Sloupec(j):x(i,j))=1);
@FOR(Sloupec(j):@SUM(Radek(i):x(i,j))=1);
@FOR(Sachovnice:@BIN(X));

```

*!kulatý stůl - jeden měsíc můžeme posadit libovolně - vybereme např. Únor a dáme ho na místo 1, to je možné využít pro zkrácení zápisu - sousem čísla 1 je i číslo 12 (kulatý stůl);
!v dalších podmínkách tedy nemusím ošetřovat, že na místě 1 je nějaký jiný měsíc i když to děláme pro procvičení zápisu;*

```

x(2,1)=1;

```

!1. Únor sedí naproti Květnu - tj. o 6 míst dál - dáme napevno;

```

x(5,7) = 1;

```

!2. Mezi Dubnem a Zářím sedí právě jeden měsíček;

```

@FOR(Sloupec(j)|j#GE#3 #AND# j#LE#10: x(4,j) <= x(9,j+2)+x(9,j-2));
!zvlášt' ošetříme krajní případy - překrývající se kruh;
x(4,1) <= x(9,3)+x(9,11);
x(4,2) <= x(9,4)+x(9,12);
x(4,11) <= x(9,1)+x(9,9);
x(4,12) <= x(9,2)+x(9,10);

```

!3. Vedle Června nesedí ani Červenec, ani Únor. ;

*!tj. pokud je Červen = 1, tak vedle něj musí být pro Červenec = 0, Únor = 0, pokud je Červen = 0, tak vedle něj může být cokoli;
!pokud je Červen = 1, tak vedle něj vynutíme nuly pro Červenec a Únor, pokud je Červen = 0, tak nemáme žádnou podmínku;*

```

@FOR(Sloupec(j)|j#GE#2 #AND# j#LE#11: 4*(1-x(6,j))> =
x(7,j+1)+x(7,j-1)+x(2,j+1)+x(2,j-1));
!zvlášt' ošetříme krajní případy - překrývající se kruh;
4*(1-x(6,1))> = x(7,2)+x(7,12)+x(2,2)+x(2,12);

```

$4 * (1 - x(6, 12)) > = x(7, 11) + x(7, 1) + x(2, 11) + x(2, 1);$

*!4. Sousedem Srpna je buď Květen nebo Listopad;
!---nutno zajistit právě jeden z měsíců za souseda-----;*
@FOR(Sloupec(j) | j#GE#2 #AND# j#LE#11: $x(8, j) < = x(5, j+1) + x(5, j-1) + x(11, j+1) + x(11, j-1);$
!zvlášť ošetříme krajní případy - překrývající se kruh;
 $x(8, 1) < = x(5, 2) + x(5, 12) + x(11, 2) + x(11, 12);$
 $x(8, 12) < = x(5, 1) + x(5, 11) + x(11, 1) + x(11, 11);$
!ošetření, že nemá za sousedy oba dva měsíce najednou;
@FOR(Sloupec(j) | j#GE#2 #AND# j#LE#11: $x(8, j) + x(5, j+1) + x(5, j-1) + x(11, j+1) + x(11, j-1) < = 2;$
 $x(8, 1) + x(5, 2) + x(5, 12) + x(11, 2) + x(11, 12) < = 2;$
 $x(8, 12) + x(5, 1) + x(5, 11) + x(11, 1) + x(11, 11) < = 2;$

*!5. Na dvou nejbližších místech vlevo od Ledna nesedí ani Listopad, ani Prosinec;
!pokud je Leden = 1, tak na dvou místech vlevo vedle něj vynutíme 0 pro Listopad a Prosinec;*
@FOR(Sloupec(j) | j#GE#3 #AND# j#LE#12: $4 * (1 - x(1, j)) > = x(11, j-1) + x(11, j-2) + x(12, j-1) + x(12, j-2);$
!zvlášť ošetříme krajní případy - překrývající se kruh;
 $4 * (1 - x(1, 1)) > = x(11, 12) + x(11, 11) + x(12, 12) + x(12, 11);$
 $4 * (1 - x(1, 2)) > = x(11, 1) + x(11, 12) + x(12, 1) + x(12, 12);$

!6. Na místě vpravo od Června sedí měsíc, který po něm v roce následuje (tj. červenec-Prosinec). ;
@FOR(Sloupec(j) | j#GE#1 #AND# j#LE#11: $x(6, j) < = x(7, j+1) + x(8, j+1) + x(9, j+1) + x(10, j+1) + x(11, j+1) + x(12, j+1);$
!zvlášť ošetříme krajní případy - překrývající se kruh;
 $x(6, 12) < = x(7, 1) + x(8, 1) + x(9, 1) + x(10, 1) + x(11, 1) + x(12, 1);$

!7. Vpravo od Dubna sedí jeden z posledních dvou měsíců v roce;
@FOR(Sloupec(j) | j#GE#1 #AND# j#LE#11: $x(4, j) < = x(11, j+1) + x(12, j+1);$
!zvlášť ošetříme krajní případy - překrývající se kruh;
 $x(6, 12) < = x(11, 1) + x(12, 1);$

!8. Vedle Února sedí dva měsíce z druhé poloviny roku. ;
@FOR(Sloupec(j) | j#GE#2 #AND# j#LE#11: $2 * x(2, j) < = x(7, j+1) + x(8, j+1) + x(9, j+1) + x(10, j+1) + x(11, j+1) + x(12, j+1) + x(7, j-1) + x(8, j-1) + x(9, j-1) + x(10, j-1) + x(11, j-1) + x(12, j-1);$
!zvlášť ošetříme krajní případy - překrývající se kruh;
 $2 * x(2, 1) < = x(7, 2) + x(8, 2) + x(9, 2) + x(10, 2) + x(11, 2) + x(12, 2) + x(7, 12) + x(8, 12) + x(9, 12) + x(10, 12) + x(11, 12) + x(12, 12);$
 $2 * x(2, 12) < = x(7, 1) + x(8, 1) + x(9, 1) + x(10, 1) + x(11, 1) + x(12, 1) + x(7, 11) + x(8, 11) + x(9, 11) + x(10, 11) + x(11, 11) + x(12, 11);$

!9. Vedle Srpna sedí dva měsíce z první poloviny roku. ;
@FOR(Sloupec(j) | j#GE#2 #AND# j#LE#11: $2 * x(8, j) < = x(1, j+1) + x(2, j+1) + x(3, j+1) + x(4, j+1) + x(5, j+1) + x(6, j+1) + x(1, j-1) + x(2, j-1) + x(3, j-1) + x(4, j-1) + x(5, j-1) + x(6, j-1);$

```

!zvlášť ošetříme krajní případy - překrývající se kruh;
2*x(8,1) <= x(1,2)+x(2,2)+x(3,2)+x(4,2)+x(5,2)+x(5,2)
      +x(1,12)+x(2,12)+x(3,12)+x(4,12)+x(5,12)+x(5,12);
2*x(8,12) <= x(1,1)+x(2,1)+x(3,1)+x(4,1)+x(5,1)+x(6,1)
      +x(1,11)+x(2,11)+x(3,11)+x(4,11)+x(5,11)+x(6,11);

```

!10. V kruhu měsíčků jsou právě tři sousední dvojice měsíčků, které jsou od sebe v roce vzdáleny právě šest měsíců (tj. dvojice jako Leden-Červenec, Duben-Říjen). ;

*!Y = počet sousedů, kteří se liší právě o 6 měsíců -
nonlinearita;*

```

@FOR(Sloupec(j) | j#GE#1 #AND# j#LE#11:
      @SUM(Radek(i) | i#GE#1 #AND# i#LE#6: x(i,j)*x(i+6,j+1))
      +@SUM(Radek(i) | i#GE#7 #AND# i#LE#12: x(i,j)*x(i-6,j+1))
=Y(j));

```

!zvlášť ošetříme krajní případy - překrývající se kruh;

```

@SUM(Radek(i) | i#GE#1 #AND# i#LE#6: x(i,12)*x(i+6,1))
+@SUM(Radek(i) | i#GE#7 #AND# i#LE#12: x(i,12)*x(i-6,1))
=Y(12);

```

```

@SUM(Sloupec(j):Y(j))=3;

```

!11. Únor nesousedí s Červencem. ;

```

@FOR(Sloupec(j) | j#GE#1#AND# j#LE#11: x(2,j)+x(7,j+1)<=1); !únor
vlevo;

```

!zvlášť ošetřím krajní případy - překrývající se kruh;
 $x(2,12)+x(7,1) \leq 1$;

```

@FOR(Sloupec(j) | j#GE#1#AND# j#LE#11:

```

```

x(7,j)+x(2,j+1)<=1); !červenec vlevo;

```

!zvlášť ošetřím krajní případy - překrývající se kruh;
 $x(7,12)+x(2,1) \leq 1$;

end

Weingarten Map Applied on Some Examples of Production Functions

Miloš Kaňka

Department of Mathematics
College of Polytechnics Jihlava

Eva Kaňková

Department of Microeconomics
University of Economics Prague

Abstract

The aim of this paper is to give some examples of generalized Cobb-Douglas surfaces and some geometric characteristics of these surfaces. In case of growing returns to scale Cobb-Douglas surfaces have the form

$$\gamma(x, y) = (x, y, A \cdot x^\alpha \cdot y^\beta), \text{ where } x > 0, y > 0, \alpha + \beta > 1, \alpha > 0, \beta > 0.$$

In case of decrease returns to scale Cobb-Douglas surfaces have the form

$$\gamma(x, y) = (x, y, A \cdot x^\alpha \cdot y^\beta), \text{ where } x > 0, y > 0, \alpha + \beta < 1, \alpha > 0, \beta > 0.$$

Analogically in case of constant returns to scale Cobb-Douglas surfaces have the form

$$\gamma(x, y) = (x, y, A \cdot x^\alpha \cdot y^\beta), \text{ where } x > 0, y > 0, \alpha + \beta = 1, \alpha > 0, \beta > 0.$$

We are interested in Gaussian curvature, mean curvature and principal curvatures of these surfaces.

This paper doesn't give new and therefore unknown results in pure mathematics. The aim of this work is to offer certain kind of information to economists.

Key words

Tangent vectors, normal vector, Weingarten map, Gaussian curvature, Mean curvature, first and second fundamental form, shape operator

Surfaces in R^3

A subset $S \subset R^3$ is a regular surface if for every point $p \in S$ there is an open set $U \subset R^2$ and an open set $V \subset R^3$, $p \in V$ such that there is a regular map $\gamma: U \rightarrow R^3$ which is a homeomorphism of an open set $U \subset R^2$ onto open set $V \cap S$.

A surface map $\gamma: U \rightarrow S \subset R^3$ where U is an open set in R^2 is called regular if it is smooth and tangent vectors γ_x and γ_y are linearly independent at all points $(x, y) \in U$, such that the normal vector $\gamma_x \times \gamma_y = N$ is a non-vanishing vector field

on a regular surface S , everywhere perpendicular to S . A regular surface is a surface $S \subset R^3$ atlas of which consists of regular maps. In this paper the notion map always means a regular map and we are to study smooth surfaces, whose atlas consists of regular maps. The basic tool for our study is the shape operator defined as follows.

Definition 1. Let $S \subset R^3$ be a regular surface and let n be a surface unit normal to S defined in a neighbourhood of a point $x \in S$. For a tangent vector $v \in T_x(S)$ we define $\varphi(v) = -n_v$.

Lemma 1. Let $S \subset R^2$ and $\gamma: U \rightarrow R^3$ be a regular map. Then

$$\varphi(\gamma_x) = -n_x \quad \text{and} \quad \varphi(\gamma_y) = -n_y. \quad (1)$$

Proof: For fix y_0 , $\gamma(x, y_0)$ is a curve in S . We have

$$\varphi(\gamma_x(x, y_0)) = \varphi(\gamma'(x, y_0)) = -n_{\gamma'(x, y_0)} = -(n \circ \gamma)'(x) = -n_x.$$

Analogically $\varphi(\gamma_y(x_0, y)) = -n_y$.

Lemma 2. At each point x of a regular surface $S \subset R^3$, the shape operator is a linear map $\varphi: T_x(S) \rightarrow T_x(S)$.

Remark 1. Let γ be a regular injective map. The equations $n \cdot \gamma_x = 0$ and $n \cdot \gamma_y = 0$ give

$$\begin{aligned} 0 &= (n \cdot \gamma_x)_x = n_x \cdot \gamma_x + n \cdot \gamma_{xx} \Rightarrow -n_x \gamma_x = n \cdot \gamma_{xx}, \\ 0 &= (n \cdot \gamma_x)_y = n_y \cdot \gamma_x + n \cdot \gamma_{xy} \Rightarrow -n_y \gamma_x = n \cdot \gamma_{xy} = n \cdot \gamma_{yx}, \\ 0 &= (n \cdot \gamma_y)_y = n_y \cdot \gamma_y + n \cdot \gamma_{yy} \Rightarrow -n_y \gamma_y = n \cdot \gamma_{yy}. \end{aligned}$$

Remark 2. Let $\gamma: U \rightarrow R^3$ be a regular injective map. Let us denote

$$\begin{aligned}
l_{11} &= -n_x \cdot \gamma_x = n\gamma_{xx}, \\
l_{12} &= -n_y \cdot \gamma_x = n\gamma_{xy} = n\gamma_{yx} = -n_x\gamma_y, \\
l_{22} &= -n_y \cdot \gamma_y = n\gamma_{yy}.
\end{aligned} \tag{2}$$

The functions l_{11}, l_{12}, l_{22} are coefficients of the second fundamental form F_{II} of γ .

$$F_{II} = l_{11}dx^2 + 2l_{12}dxdy + l_{22}dy^2.$$

If we denote $g_{11} = \|\gamma_x\|^2$, $g = \gamma_x \cdot \gamma_y$, $g_{22} = \|\gamma_y\|^2$, the first fundamental form F_I can be written in the form

$$F_I = g_{11}dx^2 + 2g_{12}dxdy + g_{22}dy^2.$$

Theorem 1. Let $\gamma: U \rightarrow R^3$ be a regular injective map. Then the shape operator φ is given with respect to the basis $\gamma_x, \gamma_y \in T_x(S)$ in the form

$$\begin{aligned}
\varphi(\gamma_x) &= \frac{g_{22}l_{11} - g_{12}l_{12}}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2} \gamma_x + \frac{g_{11}l_{12} - g_{12}l_{11}}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2} \gamma_y, \\
\varphi(\gamma_y) &= \frac{g_{22}l_{12} - g_{12}l_{22}}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2} \gamma_x + \frac{g_{11}l_{22} - g_{12}l_{12}}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2} \gamma_y.
\end{aligned} \tag{3}$$

Proof: As γ is a regular injective map and γ_x and γ_y are linearly independent we have

$$\begin{aligned}
\varphi(\gamma_x) &= \alpha_{11}\gamma_x + \alpha_{21}\gamma_y = -n_x, \\
\varphi(\gamma_y) &= \alpha_{12}\gamma_x + \alpha_{22}\gamma_y = -n_y,
\end{aligned} \tag{4}$$

for functions $\alpha_{11}, \alpha_{21}, \alpha_{12}, \alpha_{22}$ which we need to compute. From (1) and (3) we have

$$\begin{aligned}
l_{11} &= -n_x\gamma_x = g_{11}\alpha_{11} + g_{12}\alpha_{21}, \\
l_{12} &= -n_x\gamma_y = g_{12}\alpha_{11} + g_{22}\alpha_{21}, \\
l_{12} &= -n_y\gamma_x = g_{11}\alpha_{12} + g_{12}\alpha_{22}, \\
l_{22} &= -n_y\gamma_y = g_{12}\alpha_{12} + g_{22}\alpha_{22}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Equations (5) can be written in the form

$$\begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{12} & l_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{12} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}$$

or

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{12} & g_{22} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{12} & l_{22} \end{pmatrix}.$$

So we have

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2} \begin{pmatrix} g_{22} & -g_{12} \\ -g_{12} & g_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{12} & l_{22} \end{pmatrix}.$$

From which immediately follows (2).

Remark 3. The shape operator can be represented by a matrix

$$A(\varphi) = \begin{pmatrix} \frac{g_{22}l_{11} - g_{12}l_{12}}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2} & \frac{g_{11}l_{12} - g_{12}l_{11}}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2} \\ \frac{g_{22}l_{12} - g_{12}l_{22}}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2} & \frac{g_{11}l_{22} - g_{12}l_{12}}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2} \end{pmatrix}.$$

As $K = \det A(\varphi)$ and $H = \frac{1}{2} \operatorname{tr} A(\varphi)$ we have

$$K = \frac{l_{11}l_{22} - l_{12}^2}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2} \quad \text{and} \quad H = \frac{l_{11}g_{22} - 2l_{12}g_{12} + l_{22}g_{11}}{2(g_{11}g_{22} - g_{12}^2)}.$$

Example 1

In case of growing returns to scale we will study the Gaussian curvature, mean curvature and principal curvatures of a special type Cobb-Douglas surface of the form

$$\gamma(x, y) = (x, y, xy), \text{ i.e. } \alpha + \beta = 2 \text{ (see Fig. 1).}$$

Solution. We have

$$\gamma_x = (1, 0, y), \quad \gamma_y = (0, 1, x), \quad g_{11} = 1 + y^2, \quad g_{12} = xy, \quad g_{22} = 1 + x^2.$$

The unit normal is $n = \frac{(-y, -x, 1)}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}}$. Further we have

$$\gamma_{xx} = (0, 0, 0), \quad \gamma_{xy} = (0, 0, 1), \quad \gamma_{yy} = (0, 0, 0).$$

The equations

$$l_{11} = n \cdot \gamma_{xx}, \quad l_{12} = n \cdot \gamma_{xy}, \quad l_{22} = n \cdot \gamma_{yy}.$$

give

$$l_{11} = 0, \quad l_{12} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}}, \quad l_{22} = 0.$$

So we have

$$K = \frac{-1}{(x^2 + y^2 + 1)^2}, \quad H = \frac{-xy}{(x^2 + y^2 + 1)^{3/2}}.$$

From the first of the previous equations follows that for all $x, y \in \mathbb{R}$ the Gaussian curvature is negative, which means that every point of Cobb-Douglas surface $\gamma(x, y) = (x, y, xy)$ is hyperbolic. Principal curvatures k_1 and k_2 can be written in the form:

$$k_1 = \frac{1}{(x^2 + y^2 + 1)^{3/2}} \left[-xy + \sqrt{x^2 y^2 + (x^2 + y^2 + 1)} \right]$$

and

$$k_2 = \frac{1}{(x^2 + y^2 + 1)^{3/2}} \left[-xy - \sqrt{x^2 y^2 + (x^2 + y^2 + 1)} \right].$$

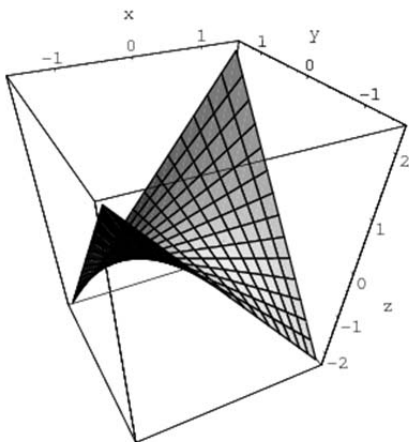


Fig. 1

Example 2

In this example we will study Gaussian curvature, mean curvature and principal curvatures of Cobb-Douglas surface

$$\gamma(x, y) = (x, y, xy^2), \text{ i.e. } \alpha + \beta = 3.$$

Solution. The basis of $T_x(S)$ has the form $\gamma_x = (1, 0, y^2)$, $\gamma_y = (0, 1, 2xy)$,

$$\begin{aligned} g_{11} &= 1 + y^4, & g_{12} &= 2xy^3, & g_{22} &= 1 + 4x^2y^2, \\ \gamma_{xx} &= (0, 0, 0), & \gamma_{xy} &= (0, 0, 2y), & \gamma_{yy} &= (0, 0, 2x). \end{aligned}$$

The unit normal is $n = \frac{(-y^2, -2xy, 1)}{\sqrt{y^4 + 4x^2y^2 + 1}}$. Further, we have

$$l_{11} = 0, \quad l_{12} = \frac{2y}{\sqrt{y^4 + 4x^2y^2 + 1}}, \quad l_{22} = \frac{2x}{\sqrt{y^4 + 4x^2y^2 + 1}}.$$

The Gaussian curvature and mean curvature have the forms

$$K = \frac{-4y^2}{(y^4 + 4x^2y^2 + 1)^2} \leq 0, \quad H = \frac{x - 3xy^4}{(y^4 + 4x^2y^2 + 1)^{3/2}}.$$

If $y \neq 0$ then $K < 0$ and every point of this type of given surface is hyperbolic. Principal curvatures can be written in the form:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{1}{(y^4 + 4x^2y^2 + 1)^{3/2}} \left[x - 3xy^4 + \sqrt{(x - 3xy^4)^2 + 4y^2(y^4 + 4x^2y^2 + 1)} \right], \\ k_2 &= \frac{1}{(y^4 + 4x^2y^2 + 1)^{3/2}} \left[x - 3xy^4 - \sqrt{(x - 3xy^4)^2 + 4y^2(y^4 + 4x^2y^2 + 1)} \right]. \end{aligned}$$

Example 3

In this example we will study Cobb-Douglas surfaces of the form:

$$\mathbf{1) } \gamma(x, y) = (x, y, x^2y^2), \text{ i.e. } \alpha + b = 4$$

Solution. The basis of $T_x(S)$ has the form $\gamma_x = (1, 0, 2xy^2)$, $\gamma_y = (0, 1, 2yx^2)$,

$$g_{11} = 1 + 4x^2y^4, \quad g_{12} = 4x^3y^3, \quad g_{22} = 1 + 4x^4y^2.$$

The unit normal has the form $n = \frac{(-2xy^2, -2yx^2, 1)}{\sqrt{4x^2y^4 + 4y^2x^4 + 1}}$.

Functions l_{11} , l_{12} , l_{22} are:

$$l_{11} = \frac{2y^2}{\lambda}, \quad l_{12} = \frac{4xy}{\lambda}, \quad l_{22} = \frac{2x^2}{\lambda}, \quad \text{where } \lambda = \sqrt{4x^2y^4 + 4y^2x^4 + 1}.$$

The Gaussian curvature and mean curvature can be written in the form

$$K = \frac{-12x^2y^2}{(4x^2y^4 + 4y^2x^4 + 1)^2}, \quad H = \frac{x^2 + y^2 - 8x^4y^4}{(4x^2y^4 + 4y^2x^4 + 1)^{3/2}}.$$

$K \leq 0$ for all $(x, y) \in R$. Every point $(x, y) \neq (0, 0)$ is hyperbolical.

$$2) \quad \gamma(x, y) = (x, y, x^2y^3), \quad \text{i.e. } \alpha + b = 5$$

Solution. The basis of tangent space has the form $\gamma_x = (1, 0, 2xy^3)$, $\gamma_y = (0, 1, 3x^2y^2)$. Functions g_{11}, g_{12}, g_{22} are

$$g_{11} = 1 + 4x^2y^6, \quad g_{12} = 6x^3y^5, \quad g_{22} = 1 + 9x^4y^4.$$

We have $\gamma_{xx} = (0, 0, 2y^3)$, $\gamma_{xy} = (0, 0, 6xy^2)$, $\gamma_{yy} = (0, 0, 6x^2y)$. The unit normal has

the form $n = \frac{(-2xy^3, -3x^2y^2, 1)}{(4x^2y^6 + 9x^4y^4 + 1)^{1/2}}$. The functions l_{11}, l_{12}, l_{22} are

$$l_{11} = \frac{2y^3}{\lambda}, \quad l_{12} = \frac{6xy^2}{\lambda}, \quad l_{22} = \frac{6x^2y}{\lambda}, \quad \text{where } \lambda = (4x^2y^6 + 9x^4y^4 + 1)^{1/2}.$$

The Gaussian curvature and mean curvature are

$$K = \frac{-24x^2y^4}{(4x^2y^6 + 9x^4y^4 + 1)^2}, \quad H = \frac{y^3 + 3x^2y - 15x^4y^7}{(4x^2y^6 + 9x^4y^4 + 1)^{3/2}}.$$

So we have $K \leq 0$ and if $(x, y) \neq (0, 0)$ then $K < 0$. Every point of given surface for which $(x, y) \neq (0, 0)$ is hyperbolical.

Example 4

In this example we will study the general case of Cobb-Douglas surface

$$\gamma(x, y) = (x, y, x^m \cdot y^n), \quad \text{where } m, n \text{ are real constants, } m > 0, n > 0.$$

Solution. The basis of tangent space can be written in the form

$$\gamma_x = (1, 0, m \cdot x^{m-1}y^n), \quad \gamma_y = (0, 1, n \cdot y^{n-1}x^m).$$

Functions g_{11}, g_{12}, g_{22} have the form

$$g_{11} = 1 + m^2 x^{2m-2} y^{2n}, g_{12} = m \cdot n \cdot x^{2m-1} \cdot y^{2n-1}, g_{22} = 1 + n^2 y^{2n-2} \cdot x^{2m}.$$

The unit normal has the form

$$n = \frac{(-mx^{m-1}y^n, -ny^{n-1} \cdot x^m, 1)}{\lambda^{1/2}},$$

where $\lambda = m^2 x^{2m-2} y^{2n} + n^2 y^{2n-2} \cdot x^{2m} + 1$.

$$\gamma_{xx} = (0, 0, m(m-1)x^{m-2} \cdot y^n),$$

$$\gamma_{xy} = (0, 0, m \cdot nx^{m-1} \cdot y^{n-1}),$$

$$\gamma_{yy} = (0, 0, n(n-1)y^{n-2} \cdot x^m).$$

The functions l_{11}, l_{12}, l_{22} can be written in the form

$$l_{11} = \frac{m(m-1)x^{m-2}y^n}{\sqrt{\lambda}},$$

$$l_{12} = \frac{m \cdot n \cdot x^{m-1}y^{n-1}}{\sqrt{\lambda}},$$

$$l_{22} = \frac{n(n-1)y^{n-2}x^m}{\sqrt{\lambda}}.$$

The Gaussian curvature has the form

$$K = \frac{mn \cdot [1 - (m+n)] \cdot x^{2m-2} y^{2n-2}}{(m^2 x^{2m-2} y^{2n} + n^2 x^{2m} y^{2n-2} + 1)^2}. \quad (6)$$

Conclusion

From formula (6) can be easily seen that following implications are true:

- 1) $m + n > 1 \Rightarrow K \leq 0$, and if $(x, y) \neq (0, 0) \Rightarrow K < 0$, which means that every point (x, y) where $(x, y) \neq (0, 0)$ of Cobb-Douglas surface is hyperbolic and principal curvatures k_1 and k_2 have the opposite signs.
- 2) $m + n = 1 \Rightarrow K = 0$, which means that every point of Cobb-Douglas surface is parabolic. Exactly one of principal curvatures is zero.

- 3) $m + n < 1 \Rightarrow K \geq 0$, and if $(x, y) \neq (0, 0) \Rightarrow K > 0$, which means that every point (x, y) where $(x, y) \neq (0, 0)$ is elliptical and principal curvatures k_1 and k_2 have the same sign.

The mean curvature can be written in the form

$$H = \frac{m(m-1)x^{m-2}y^n + n(n-1)y^{n-2}x^m - mn(m+n)x^{3m-2}y^{3n-2}}{2(m^2x^{2m-2}y^{2n} + n^2x^{2m}y^{2n-2} + 1)^{3/2}}.$$

References

- [1] BUREŠ, Jarolím – KAŇKA, Miloš. *Some Conditions for a Surface in E^4 to be a Part of the Sphere S^2* . *Mathematica Bohemica* 4 1994. s. 367–371.
- [2] GRAY, Alfred. *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica*. Boca Raton: CRC Press, 1998.
- [3] KAŇKA, Miloš. *Example of Basic Structure Equations of Riemannian Manifolds*. *Mundus Symbolicus* 3 1995. s. 57–62.
- [4] KAŇKA, Miloš. *Some Examples of Gaussian Curvature, Mean Curvature and Principal Curvatures of Generalized Cobb-Douglas Surfaces in R^3* . International conference AMSE in Poprad 2007. s. 99–105.
- [5] KOBAYASHI, Shoshichi – NOMIZU, Katsumi. *Foundations of Differential Geometry*. New York: Wiley (Inter-science), 1963.
- [6] MANKIW, N. Gregory. *Zásady ekonomie*. Praha: Grada, 1999.
- [7] NOMIZU, Katsumi. *Lie Groups and Differential Geometry*. Tokyo: The Mathematical Society of Japan, 1956.
- [8] STERNBERG, Sholomo. *Lectures on Differential Geometry*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1964.

Contact

Miloš Kaňka

College of Polytechnics Jihlava, Department of Mathematics and Statistics, Tolstého
16, 586 01 Jihlava, Czech Republic

E-mail: kanka@vse.cz

Eva Kaňková

University of Economics, Faculty of Business Administration, Department
of Microeconomics, Winston Churchill square 4, Prague 3, Czech Republic

e-mail: kankova@vse.cz

Analýza atraktivity věrnostních programů obchodních řetězců

Lukáš Kučera

Katedra ekonomiky a managementu

Abstrakt

Tento článek se zabývá analýzou atraktivity věrnostních programů největších obchodních řetězců, které působí na území České republiky. Na trhu maloobchodních služeb je v současné době vysoká konkurence, ale obchodní řetězce přesto chtějí dosáhnout co nejlepších výsledků své činnosti. Jednou z možností, jak zajistit dosažení tohoto cíle, je efektivní řízení vztahů se zákazníky. Stále častěji jsou v rámci řízení vztahů se zákazníkem využívány věrnostní programy, ale bohužel ne vždy jsou nastaveny tak, že jsou pro zákazníky atraktivní.

Cílem tohoto článku bylo zjištění, zda jsou stávající věrnostní programy obchodních řetězců pro zákazníky přitažlivé a popřípadě, které benefity jim v aktuální nabídce schází. Na základě dotazníkového šetření, kterého se zúčastnilo 105 respondentů, bylo zjištěno, že pouze 58 % z nich věrnostní programy využívá, ale ne všichni jsou s nabídkou benefitů spokojeni. Mezi benefity, které by respondenti uvítali, lze zařadit slevy na libovolné zboží (které si zákazník sám vybere), rychlejší odbavení u pokladen, poukazy na různé akce, úpravu otevírací doby apod.

Klíčová slova

Obchodní řetězec, věrnost zákazníka, atraktivita věrnostního programu, benefity, dotazníkové šetření.

Úvod

Na území České republiky působí v současné době velké množství obchodních řetězců. Jedná se o podnikatelské subjekty, jejichž cílem je dosáhnout co nejlepších výsledků své činnosti (zisk, maximální tržby, eventuálně jiné cíle). Z důvodu vysoké konkurence na trhu obchodních řetězců musí subjekty hledat stále nové cesty, jak zákazníka přesvědčit, aby do obchodní jednotky přišel, aby zde nakoupil, byl s nákupem spokojený a obchodní jednotce byl věrný. Jedním z nástrojů, jak toho dosáhnout, je zavedení věrnostního programu.

Tento článek si klade za cíl analyzovat atraktivitu těchto věrnostních programů, tj. zjistit, zda je zákazníci opravdu využívají, zda jsou s nimi spokojeni a též navrhnout určité možnosti zkvalitnění či zefektivnění nabídky benefitů v rámci již zavedených věrnostních programů.

Materiál a metody

Věrnostní program je jedním z nástrojů, jak může firma řídit svůj vztah se zákazníky. Customer relationship management, tj. řízení vztahů se zákazníky představuje šanci na vytvoření dlouhodobě prospěšných vztahů se zákazníky. Firmy, které budou schopny řídit svůj styk se zákazníky tak, aby došlo k vytvoření dlouhodobého vztahu, mají větší šanci na trhu uspět (Wessling, 2002).

Konečným cílem řízení vztahů se zákazníky je v současné době: Posunout zákazníka z pozice potenciálního kupujícího v pyramidě budovaných vztahů výše – až do řady loajálních zákazníků a klíčových partnerů (Parmová, 2004).

Věrnost zákazníka je definována jako dlouhodobá preference určité značky nebo firmy založená na maximální spokojenosti s poskytovanou hodnotou a na pozitivních očekáváních zákazníka do budoucnosti (Reichheld, 1996).

Pro každou firmu je nutné si uvědomit, že získat nového zákazníka je daleko finančně náročnější, než si udržet zákazníka stávajícího. V boji o zákazníky lze využít různých prostředků a nástrojů.

Při budování dlouhodobých vztahů se zákazníky je nutné prvotně se zaměřit na budování spokojeného zákazníka, a teprve poté na zákazníka věrného. Je velmi nepravděpodobné, že nespokojený zákazník se stane zákazníkem věrným. Bohužel ale neplatí, že každý spokojený zákazník musí být zároveň zákazníkem stálým (Kolektiv autorů, cit. 2012-08-21).

Schéma č. 1: Matice spokojenosti a věrnosti



Zdroj: Kolektiv autorů, upraveno autorem

Zákazníci, kteří jsou pro společnost nejpřínosnější (a nejvíce ziskoví), jsou „Králové“, tj. ti, kteří vnímají u současného dodavatele nadprůměrnou přidanou hodnotu. Naopak běženci jsou obvykle nespokojení zákazníci, kteří pravděpodobně využijí možnost přechodu ke konkurenci a stanou se z nich ztracení zákazníci.

Na utváření zákaznické spokojenosti se podílí zejména tyto faktory:

- spokojenost s nakoupeným zbožím,
- spokojenost s obsluhou,

- spokojenost s prostředím prodejny (resp. nákupní atmosférou),
- spokojenost s obchodní firmou samotnou,
- spokojenost s dostupností a podáváním informací,
- spokojenost s možností financování,
- spokojenost se způsobem provádění zákaznických služeb,
- spokojenost s poměrem cena / kvalita,
- spokojenost s image společnosti.

Pouze spokojenost zákazníků ve všech výše zmíněných oblastech může společnosti zajistit věrného zákazníka. Aby společnost dosáhla svých cílů v oblasti zákaznické věrnosti, může v zásadě využít dvě strategie:

A. Strategie diferenciacce

Cílem této strategie je odlišení společnosti od konkurence zejména pomocí těchto faktorů: design interiéru obchodní jednotky, uspořádání prodejní plochy, merchandisingu, prodejního personálu, služeb, exteriéru jednotky apod.

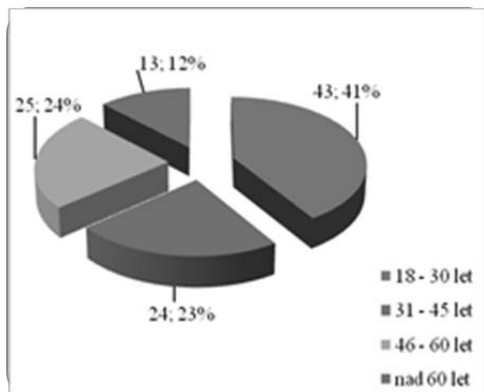
B. Strategie loajality

Podstatou této strategie je poskytování různých odměn za opakované nákupy u firmy (dárky, slevy, věrnostní programy, zákaznické kluby apod. (Kolektiv autorů, cit. 2012-08-21).

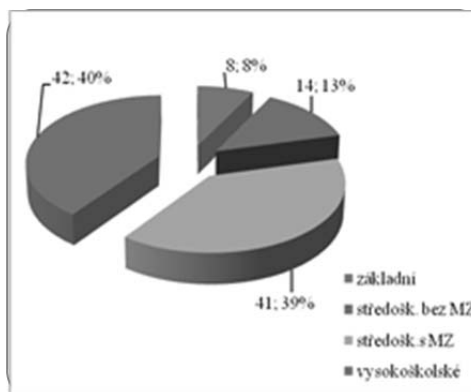
Věrnostní program je vlastně odměna za loajalitu k určité firmě. Za to, že zákazník je věrný výrobkům nebo službám, se mu snaží firma určitým způsobem odvděčit, a to právě pomocí věrnostního programu. Za to ovšem očekává, že zákazník bude i nadále odebírat pravidelně a co možná nejčastěji její výrobky či služby a nepřejde ke konkurenci.

Věrnostních programů je celá řada, záleží jen na kreativitě firmy a množství prostředků, které chce do programů investovat. Přesto by se měly řídit určitými pravidly. Hlavním požadavkem na takovéto programy je jejich jednoduchost a atraktivita. Jednoduchost proto, aby se zákazník v programu vyznal, pochopil jeho fungování a snadno se orientoval. Ne každý zákazník má vysokoškolské vzdělání, ne každý má analytické myšlení a rozhodně ne každý si libuje ve složitých výpočtech pro určení odměny. Atraktivita je zase důležitá kvůli tomu, aby to, co programem zákazník získal, mělo nejen relativně vysokou či alespoň přiměřenou hodnotu (ať už finanční či jinou), ale také, aby bylo zboží resp. služba pro zákazníka dostatečně zajímavé. Jinými slovy, aby zákazník měl zájem a chuť dárek v rámci věrnostního programu získat (Domanská, 2007).

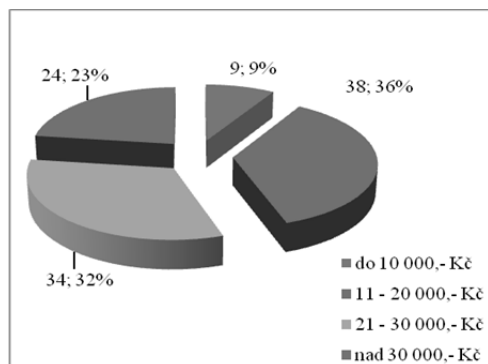
Ke zjištění atraktivity stávajících věrnostních programů a případných návrhů na zlepšení bylo využito dotazníkového šetření. Šetření bylo provedeno na vzorku 105 respondentů a probíhalo v první polovině roku 2011. Metodou výběru vzorku byl náhodný výběr. Cílovou skupinou respondentů byli obyvatelé Jihočeského kraje a dotazník byl mezi respondenty rozšířen elektronickou poštou. V níže uvedených grafech (graf 1 – 4) jsou uvedeny základní demografické charakteristiky respondentů (věk, vzdělání, měsíční příjem a profese).

Graf 1: Rozdělení respondentů dle věku

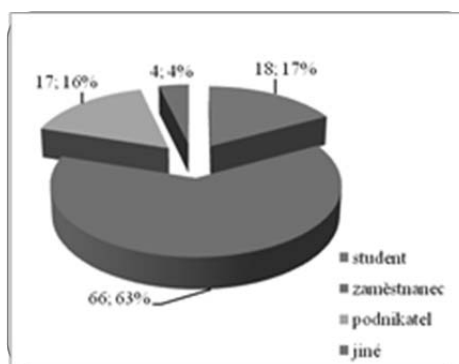
Zdroj: vlastní šetření

Graf 2: Rozdělení respondentů dle vzdělání

Zdroj: vlastní šetření

Graf 3: Rozdělení respondentů dle příjmů

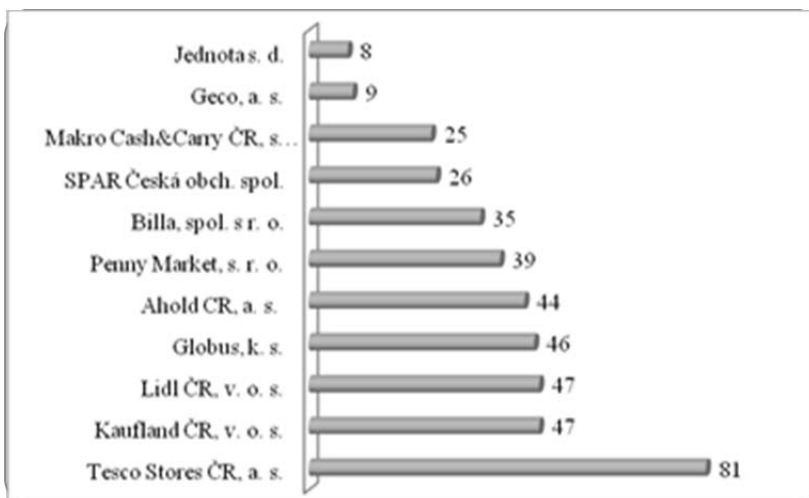
Zdroj: vlastní šetření

Graf 4: Rozdělení respondentů dle profese

Zdroj: vlastní šetření

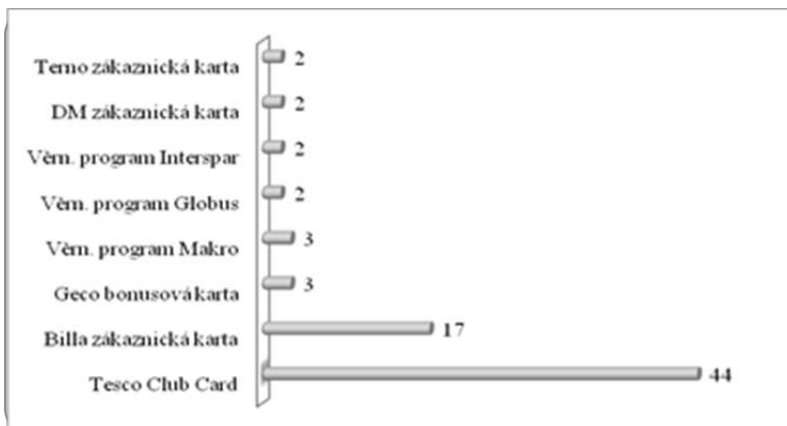
Výsledky a diskuse

První otázka v dotazníku byla zaměřena na návštěvnost obchodních řetězců. Na tuto otázku měli respondenti možnost uvádět více odpovědí, proto součet návštěvníků jednotlivých obchodních řetězců nekoresponduje s počtem respondentů. Z grafu č. 5, který shrnuje odpovědi na tuto otázku, je patrné, že nejnavštěvovanějším obchodním řetězcem je Tesco Stores ČR, a. s. Tento stav koresponduje i s vývojem výše tržeb v maloobchodě, protože právě obchodní řetězec Tesco Stores, a. s. zaznamenal za rok 2010 nejvyšší tržby (45 miliard Kč). [2] Z odpovědí respondentů na tuto otázku je patrné, že pouze dvanáct respondentů navštěvuje výhradně jeden obchodní řetězec.

Graf 5: Návštěvnost obchodních řetězců

Zdroj: vlastní šetření

Z výzkumu vyplývá, že pouze 58 % (61) respondentů využívá věrnostní programy obchodních řetězců, které navštěvuje. Hlavní důvody, které vedou k tomu, že 42 % (44) respondentů tyto programy nevyužívá, jsou zejména: nevědomost o existenci věrnostního programu a nízká či dokonce nulová atraktivita nabízených benefitů. Graf č. 6 shrnuje nejvíce využívané věrnostní programy. Z grafu je patrné, že počet odpovědí nekoresponduje s počtem respondentů, a to z důvodu, že respondenti opět měli možnost uvádět více odpovědí. Na základě vyhodnocení této otázky lze učinit závěr, že věrnostní program Tesco Stores ČR, a. s. využívá 55 % jeho zákazníků, věrnostní program Billa, spol. s r.o. 49 % zákazníků. Věrnostní programy ostatních sledovaných obchodních řetězců využívá méně než jedna třetina zákazníků daného řetězce.

Graf 6: Využívané věrnostní programy

Zdroj: vlastní šetření

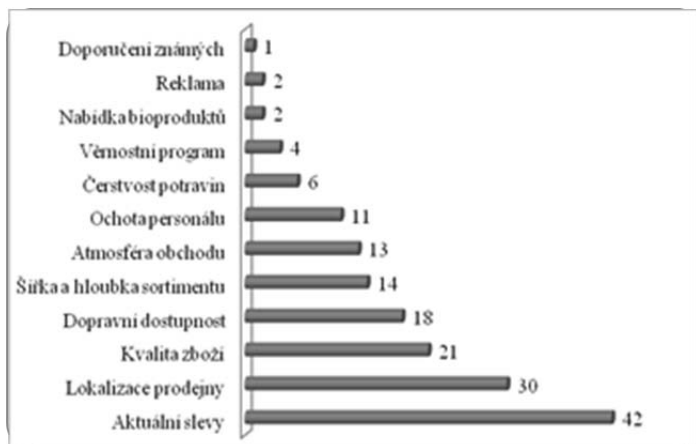
Na otázku, které benefity považují respondenti za atraktivní v současných věrnostních programech, byly odpovědi následující:

- 71 % (43) respondentů považuje za atraktivní slevy na různé produkty (kuchyňské spotřebiče, kuchyňské nádobí apod.).
- 29 % (18) respondentů z těch, kteří využívají věrnostní programy, si v současné době z nabídky benefitů nemohou vybrat.

Pouze 7 respondentů (tzn. 11 % z těch, kteří využívají věrnostní programy) je naprosto věrných danému obchodnímu řetězci. 41 respondentů (tzn. 63 % z těch, kteří využívají věrnostní programy) nakupují v daném obchodním řetězci častěji, než před zavedením věrnostního programu.

Následující graf shrnuje důvody, které primárně přesvědčí zákazníky, aby nakoupili v daném obchodě. Je velmi zajímavé, že pouze 4 respondenti uvedli, že je k nákupu v dané jednotce přesvědčí věrnostní program. Tato otázka byla otevřená a respondenti měli možnost uvést více odpovědí. Z grafu je patrné, že stále nejvíce zákazníků (40 %) lze k nákupu přesvědčit různými typy slevových akcí. Dalším velmi důležitým faktorem je lokalizace prodejny, zejména ve smyslu možnosti snadného parkování, dobrého spojení městskou hromadnou dopravou a též vzdáleností od bydliště respondentů.

Graf 7: Faktory, které ovlivňují zákazníky při rozhodování o výběru obchodní jednotky



Zdroj: vlastní šetření

Závěrečná otázka dotazníkového šetření se týkala oblasti možností zatraktivnění nabídky benefitů v rámci věrnostních programů obchodních řetězců. Zde je shrnutí nejčastěji uváděných návrhů:

- 20 respondentů uvedlo, že by uvítalo slevy na celý nákup či na zboží, které si sami vyberou. Problémem dnešních věrnostních programů je podle nich zejména nutnost vybrat si „dárček“ pouze z určité omezené nabídky. Řešením by tedy mohl být výběr libovolného „dárku“ v určité nominální hodnotě. Tato nominální

hodnota by se mohla odvíjet např. od počtu bodů nasbíraných na zákaznické kartě.

- b) 13 respondentů by uvítalo rychlejší odbavení u pokladen či existenci zvláštní pokladny pro věrné zákazníky (např. Makro Cash&Carry ČR má speciální pokladny pro majitele zlatých stříbrných makro karet).
- c) 5 respondentů by přivítalo slevy na pohonné hmoty. Tento benefit může ovšem nabídnout pouze omezené množství obchodníků (např. Globus, Makro a některé prodejny Tesco Stores).
- d) 5 respondentů by za svou věrnost rádo získalo poukazy na různé kulturní, sportovní či jiné akce (divadla, kina, fotbalové zápasy apod.).

Mezi další, již méně často uváděné, návrhy patří zejména:

- vybraný nákup zcela zdarma (např. desátý nákup),
- personifikovaná nabídka „šitá na míru“ (např. možnost získat zdarma to zboží, které zákazník kupuje nejčastěji),
- upravená otevírací doba pro věrné zákazníky (opět dle vzoru Makra Cash&Carry).

Výzkum společnosti GfK Czech, s.r.o.

Dle celé řady výzkumů různých společností (tedy i společnosti GfK Czech, s.r.o.) nepatří Češi mezi věrné zákazníky. Nejen v době krize je u nich na prvním místě cena. Společnost GfK Czech s.r.o. provedla v roce 2011 výzkum věrnosti zákazníků, kterého se účastnilo 650 respondentů ve věku 15 až 65 let. Z daného výzkumu vyplynuly tyto závěry:

- v České republice vlastní věrnostní kartu 70 % obyvatel
- jeden obyvateľ v průměru vlastní tři věrnostní karty,
- 85 % respondentů uvedlo vyšší frekvenci nákupů u poskytovatelů věrnostních programů a odhodlanost u nich dále nakupovat,
- od věrnostních programů lidé očekávají zejména slevy a nižší ceny obecně,
- jedna třetina dotazovaných není spokojena s výhodami, které jim členství v rámci věrnostního programu přináší,
- jedna třetina vlastníků věrnostních karet ani nezná nabízené benefity. (Marková, 2011)

Shrneme-li oba provedené výzkumy, tj. vlastní výzkum autora a výzkum společnosti GfK Czech, s.r.o., lze konstatovat, že výsledky jsou velmi podobné. Tabulka č. 1 shrnuje výsledky obou výzkumů.

Tabulka č. 1: Shmutí výzkumů autora a společnosti GfK Czech, s.r.o.

Faktor	Vlastní výzkum autora	Společnost GfK Czech, s.r.o.
Využívání věrnostních programů	58%	70%
Častější nákupy	63%	85%
Nespokojenost s nabízenými benefity	29%	33%
Nejvíce preferovaný benefit	slevy	Slevy

Zdroj: vlastní výzkum autora, společnost GfK Czech, s.r.o. – upraveno autorem

Z výše uvedené tabulky jasně vyplývá závěr, že čeští spotřebitelé využívají věrnostní programy, v rámci kterých nejvíce preferují slevy či jiné formy snížení ceny nákupu. Je také jasné, že většina spotřebitelů nakupuje u daných obchodníků častěji, tj. lze tvrdit, že pro obchodníky je poskytování věrnostních programů výhodné. Ovšem je nutné také zmínit fakt, že třetina zákazníků není spokojena s aktuální nabídkou benefitů v rámci věrnostních programů. Pro obchodníky z daných výzkumů vyplývá jasný závěr – implementovat do nabídky svých věrnostních programů více slev či jiných bonusů, které by snižovaly celkovou cenu nákupu zákazníků.

Závěr

Prodejci zboží a služeb, zejména v odvětví maloobchodu musí neustále rozšiřovat a zdokonalovat portfolio svých služeb s cílem komplexně uspokojit zákaznickovy potřeby. Zákazníci požadují stále vyšší kvalitu poskytovaných služeb, individuální přístup ke každému z nich a v neposlední řadě za své vynaložené finanční prostředky chtějí získat co nejvyšší hodnotu.

Pro každého obchodníka je důležité odlišit se určitým způsobem od konkurence (kvalitou poskytovaných služeb, rozsahem těchto služeb aj.). Jednou z možností, jak se efektivně odlišit od konkurence je vytvořit, implementovat a neustále zdokonalovat věrnostní program. Jak vyplynulo z provedeného dotazníkového šetření, o stávajících věrnostních programech zákazníci vědí, ale ne všichni si vyberou z aktuální, poměrně omezené nabídky benefitů. Je nutné vyvinout snahu a úsilí o zlepšení tohoto stavu, např. zjištěním, o které benefity mají zákazníci zájem a snažit se je implementovat do stávajícího věrnostního programu (např. speciální pokladny pro zákazníky, rozšíření nabídky dárků apod.).

Hlavním cílem všech činností by měla být především spokojenost zákazníka. Zákazník, který je s obchodníkem spokojený, předává své pozitivní zkušenosti dál a obchod rád opětovně navštíví.

Literatura

- [1] DOMANSKÁ, L. Pravidelný a věrný zákazník – jak ho najít a udržet [online]. 2007 [cit. 17. prosince 2008]. Dostupné na World Wide Web: <<http://www.podnikatel.cz/clanky/pravidelny-a-verny-zakaznik-jak-toho-docilit/>>.
- [2] INCOMA GfK: Tiskové zprávy. Incoma GfK [online]. 2011. 2011-04-28 [cit. 2011-09-12]. Dostupné z: <http://www.incoma.cz/cz/ols/reader.aspx?msg=1163&lng=CZ&ctr=203>
- [3] KOLEKTIV AUTORŮ. MBAinstitut: Praktický marketing v mezinárodním kontextu. LIGS. MBAinstitut [online]. [cit. 2012-03-17]. Dostupné z: <http://student.mbainstitut.cz/files/1535.pdf>
- [4] MARKOVÁ, E. Věrnostní programy jsou užitečné pro firmy i jejich zákazníky. [online]. 2011. [cit. 2012-08-21]. Dostupné z: <http://strategie.e15.cz/special/vernostni-programy-jsou-uzitecne-pro-firmy-i-jejich-zakazniky-726391>
- [5] PARMOVÁ, D. Řízení služeb: přednášky. 1. vyd. České Budějovice: ZF JU, 2004. 96 s. ISBN 80-7040-673-9.
- [6] REICHHELD, F. The loyalty effect: the hidden force behind growth, profits and lasting value. Boston: Harvard Business School, 1996. 321 s. ISBN 0-87584-448-0.
- [7] WESSLING, H. Aktivní vztah k zákazníkům pomocí CRM. Praha: Grada Publishing, 2002. 196 s. ISBN 80-247-0569-9.

The Analysis of Loyalty Programs Attractiveness in Retail Chains

Abstract

This article analyzes the attractiveness of loyalty programs in biggest retail chains in the Czech Republic. Nowadays there is a high competition on the retail services market but retail chains still want to achieve the best results (e.g. maximum profit, incomes etc.). One way how to achieve this aim is to create an effective customer relationship management. Loyalty programs are still increasingly used as one of the most effective way to manage these relationships. Unfortunately not all of these programs are attractive for customers.

The aim of this article is to determine the attractiveness of existing loyalty programs for customers (incl. which benefits do they find the most attractive or which ones do they miss etc.). Based on the questionnaire (attended by 105 respondents) it was discovered that only 58% use the loyalty programs but not all respondents are satisfied with the benefits' supply. Most of all customers want to get discounts on any goods, faster check-in for cash desk, vouchers for various events, opening hours modifying etc.

Key words

Retail chain, customer loyalty, loyalty program attractiveness, benefits, questionnaire.

Kontaktní údaje

Ing. Lukáš Kučera
Katedra ekonomiky a managementu
Vysoká škola technická a ekonomická v Českých Budějovicích
Okružní 527/10
370 01 České Budějovice
Tel: +420 387 842 154
E-mail: kucera@mail.vstecb.cz

Na pokraji zdrojů – aneb proč malthusiánství stále selhává

Petr Musil

Vysoká škola polytechnická Jihlava

Katedra ekonomických studií

Abstrakt

V poslední době je opět moderní tak zvané “strašení” vyčerpáním klasických energetických zdrojů, jako je ropa, zemní plyn či uhlí. S tím jde ruku v ruce další „strašení“, a to globální ekologickou katastrofou, nazývanou globální oteplování. Strach z vyčerpání zdrojů není ničím novým, nejde o žádnou novou disciplínu, kterou by se lidé zabývali teprve v posledních několika málo desetiletích. Za otce zakladatele strachu z vyčerpání zdrojů lze považovat britského filozofa Thomase Roberta Malthuse, který se proslavil svým spisem, ve kterém formuloval populační zákon. Od té doby jsme svědky neustálé recyklace Malthusových myšlenek a následného opakovaného nenaplnění černých scénářů. Příspěvek se zabývá hlavními myšlenkami v oblasti vyčerpatelnosti energetických zdrojů a podává odpověď na to, proč malthusiánské vize stále selhávají.

Klíčová slova

Energetická krize, malthusiánství, vyčerpání zdrojů,.

Úvod

V souvislosti s rostoucími cenami ropy se opět do popředí dostává otázka vyčerpatelnosti klíčových energetických surovin jako je ropa, zemní plyn, uhlí, případně zdroje pro výrobu energie z jádra. Ruku v ruce s tím se opět zdůrazňuje nutnost přechodu k energetickým alternativám, které by měly řešit právě to, že klasické zdroje jednoho dne zaručeně vyčerpáme. Vedle toho nás (tím jsme myšleni my, Evropané) alternativní zdroje mají zbavit závislosti na dovozu energetických surovin především z Ruska a Blízkého východu.

Vždyť je to přece jasné. Aby Evropa mohla být dlouhodobě konkurenceschopná, musí vyřešit otázku energetické bezpečnosti stůj co stůj. Proto již několik let do nádrží svých automobilů namísto čistého benzínu nebo nafty lijeme benzín a naftu s příměsí biosložek. Je nanejvýš diskutabilní, zda nás ono několikaprocentní zastoupení biosložek nějak výrazně zbaví pozice čistých dovozců energetických surovin, ale zcela jistě je, že takto „pančované“ pohonné hmoty neprospívají našim motorům, což nám způsobuje dodatečné náklady. Dalo by se namítnout, že se aspoň zvyšuje zaměstnanost v zemědělství (které namísto potravin „pěstuje“ benzín a naftu) a také v autoservisech

(nutnost častěji měnit olej v motoru a odstraňovat poškození motoru), jenže každá mince má dvě strany, a takpokud někde tímto umělým způsobem zaměstnanost zvyšujeme, jinde naopak pracovní místa ničíme.

Jestli ona celá tato záležitost kolem údajného vyčerpání klasických energetických surovin nebude spíše jen slušným byznysem pro pár vyvolených, kterým ze svých peněženek přispíváme my všichni. Nebo je to skutečně tak, že lidstvo neodvratně spěje k energetickému kolapsu? Na to nám pomůže nalézt odpovědi následující text.

Malthusiánské vidění světa

Celé malthusiánské přesvědčení o příchodu dne, kdy lidstvo pocítí drastické snížení životní úrovně díky vyčerpání zdrojů je založeno na tom, čeho si **Thomas Robert Malthus** všiml v době, kdy Británie procházela obdobím průmyslové revoluce a co popsal ve svém spise *Essay On the Principles of Population* v roce 1798 a čemu dnes říkáme populační zákon. Populace Velké Británie vzrostla mezi lety 1700 a 1820 z 8,5 na 21,3 milionu. Podle Malthusova názoru se však možnosti obživy zvyšovaly daleko pomaleji (aritmetickou řadou). Vyvodil tedy závěr, že takový trend je dlouhodobě neudržitelný. Malthusova esej bývá v současnosti interpretována různými způsoby. Bývá obviňován z vykreslování katastrofických vizí, na kterých staví současní neomalthusiáni. Dá se říci, že jak příznivci, tak odpůrci Malthusova díla si z něj vzali to méně podstatné, než co vlastně chtěl sám Malthus říci. Malthus na základě své teorie argumentoval tím, že lidstvo je v zajetí populačního zákona. Že se budou střídat vlny populačních explozí a poklesů. Svou teorií se více než cokoli jiného snažil ospravedlnit mzdu dělníků, jakožto existenční minimum. V zásadě říkal, že v obdobích hospodářského růstu bude docházet i k růstu populace. Populační růst ovšem začne narážet na limity možností obživy, a proto je ve své podstatě správné, aby mzda nepřevyšovala existenční minimum. Mzda na úrovni existenčního minima tedy měla sloužit jako faktor, který by populační růst reguloval.

Malthusovým nástupcem, ačkoliv to není na první pohled patrné, byl **David Ricardo**. Ten systematicky zpracoval a utřídil Malthusovy poznatky, rozvinul je a obohatil o vlastní myšlenky a vytvořil základní kostru teorie vyčerpání zdrojů, která je až dodnes součástí většiny učebnic ekonomie přírodních zdrojů (Hampl, 2004). Ricardo ale nezůstal jen u teorie a demonstroval praktické závěry svých úvah na nejvíce užívaném zdroji své doby, a to uhlí. Podle Ricardovy předpovědi z dvacátých let 19. století mělo lidstvo již do konce století vyčerpávat veškeré ekonomicky dosažitelné zásoby uhlí, přičemž jeho cena měla za stejnou dobu vzrůst o 70 – 80 % (Hampl, 2004). Tyto odhady opíral o svou teorii pozemkové renty, respektive ceny půdy, ze které pak odvozoval i cenu komodity, která byla z dané půdy získávána. To se týkalo i ceny zdrojů, které byly získávány těžbou. Ricardo vycházel ze zákona klesající výnosnosti půd. Tvrdil, že nejdříve budou těženy suroviny z dolů, které budou nejbohatší na ten který nerost. Cena takového nerostu bude tedy velmi nízká. S tím, jak budou suroviny postupně vyčerpávány, budou muset být těženy v náročnějších podmínkách včetně méně kvalitních ložisek. Cena komodity tedy poroste. Ricardova úvaha byla v principu správná, ale skutečnost Ricardovu teorii (alespoň co se cen uhlí týče) nepotvrdila. Cena uhlí nejenže nijak rapidně nevzrostla, ale docházelo naopak i k jejímu poklesu.

Ricardo, podobně jako Malthus, totiž považoval tehdy známé rezervy nerostných surovin za konstantní, a tedy konečné. Stejně tak za neměnnou považoval (možná nevědomky) i úroveň technologie, a to jak těžby, tak užití zdrojů.

Ricardův (i Malthusův) omyl v jistém slova smyslu odhalil v roce 1865 **William Stanley Jevons** svým spisem *The Coal Question*. V něm se zabýval problematikou těžby a spotřeby uhlí ve Velké Británii. Podobně jako Ricardo sice považoval uhlí za vyčerpateľný zdroj energie, avšak všiml si, že uhelné rezervy nejsou konstantní kategorií, ale že počet uhelných dolů i bezpečně zmapovaných uhelných rezerv v Británii neustále roste, i když pochyboval o tom, že by daný trend mohl být zachovaný navěky. Jevons tedy zjistil, že Ricardo udělal ve své úvaze chybu, když nevzal v úvahu fakt, že v průběhu času se mění způsob těžby. Na jednotku vytěženého uhlí podle Jevonsových propočtů připadalo v polovině 19. století o 25 % méně dělníků než na začátku století a strojní mechanizace se výrazně zdokonalila (Jevons, 1865). Technologický pokrok, Ricardem tak fatálně opomenutý, tedy zajistí, že cena zdroje nemusí nutně růst, protože i stále obtížněji přístupná ložiska je možné těžít se stejnými, či dokonce klesajícími náklady.

Ačkoli Jevons odmítal katastrofické vize svých předchůdců o vyčerpání zdrojů, nelze jej zařadit mezi absolutní optimisty v dané oblasti. Měl totiž k dispozici poměrně přesná data o ročních objemech těžby za předchozích několik desítek let, která konfrontoval s odhady o britských uhelných rezervách. Na základě těchto dat zjistil, že spotřeba uhlí ve Velké Británii rostla v minulých 80 letech přibližně o 3,5 % ročně. Předpověděl tedy, že britská ekonomika bude za sto let spotřebovávat přibližně 2,6 mld. tun uhlí ročně, zatímco v roce 1865 spotřebovala jen 100 milionů tun. To by znamenalo, že až do roku 1965 Británie spotřebojuje celkem přibližně 100 mld. tun uhlí celkem, avšak známé rezervy v roce 1865 dosahovaly výše pouze 90 mld. tun. Jevons tak varoval, že pokud nedojde ke zpomalení těžby, uhelné zásoby nebudou schopny zajistit britskou prosperitu ani po celých dalších 100 let. Pro rok 1965 předpověděl Británii roční spotřebu uhlí na 2,6 mld. tun, avšak vrchol britské uhelné spotřeby byl dosažen v roce 1913 s necelými 300 miliony tun. V roce 2005 spotřebovala Velká Británie přibližně 62 milionů tun uhlí. Jevons uvažoval i o energetických zdrojích, které by mohly být vůči uhlí alternativou. Neshledal však žádný z nich natolik významným, aby byl schopen uhlí nahradit. Ropu dokonce považoval za nepřítis významný zdroj pro budoucnost. Jevons ve svých úvahách hovořil i o zdrojích, které dnes označujeme jako obnovitelné, zamýšlel se nad využitím energie větru, Slunce, vody a dokonce i vodíku. Za nejvýznamnější však stále považoval uhlí, a to na dlouhá léta dopředu (Jevons, 1865).

Malthusiánci dvacátého století

Počátek minulého století byl opět ve znamení rozehrání tématu vyčerpateľnosti zdrojů. Velké americké ropné společnosti argumentovaly rizikem vyčerpání zdrojů ropy na území USA do 30 let. Jejich majitelé požadovali omezení vstupu do odvětví těžby ropy. K tomu nakonec v roce 1908 navzdory osobnímu nátlaku prezidenta Theodora Roosevelta došlo (Hampl, 2004).

Ve třicátých letech se k malthusiáncům přidal významný ekonom **Harold Hotelling** představením své neoklasické teorie vyčerpání zdrojů v *Journal of Political Economy* v roce 1931. Známe je *Hotellingovo pravidlo*, které uvádí podmínku optimálního využívání vyčerpateľného zdroje. Pravidlo říká, že při optimálním vytěžování zdroje se musí čistá cena (prodejní cena minus těžební náklady) nevytěžené jednotky zdroje zvyšovat tempem rovným úrokové sazbě (Pearce, 1995). Vlastník zdroje může například volit mezi vytěžením jednotky zdroje a investováním příjmů při stávající úrokové sazbě, nebo ponecháním jednotky zdroje v zemi. S druhou možností bude souhlasit pouze tehdy, jestliže čistá cena roste v míře rovné úrokové sazbě. Potom oba způsoby jednání zaručují stejný výnos. Uvedený požadavek lze alternativně vyjádřit tak, že současná hodnota jednotky zdroje musí být stejná bez ohledu na to, kdy bude vytěžena. Hotellingovo pravidlo platí v podmínkách dokonalé konkurence, tedy při neexistenci transakčních nákladů a dokonalé informovanosti. Jinými slovy, vlastníci zdrojů, vědomi si limitnosti zásob, budou omezovat produkci, konzervovat zdroje v zemi a čekat s jejich těžbou na výhodnější cenové podmínky na trhu. Čili ceny všech zdrojů měly podle této teorie nutně růst. Později sesbíraná empirická data ovšem tuto teorii nepotvrdila.

Postupem času se k otázkám vyčerpateľnosti zdrojů vedle ekonomů začali vyjadřovat i neekonomové, nejčastěji přírodovědci. Vzhledem k tomu, že v jejich úvahách absentovaly základní ekonomické souvislosti (jako je vztah nabídky a poptávky), byly jejich předpovědi poměrně snadno vyvrátitelné a následná empirická zkušenost nepřesnost jejich argumentů jen potvrdila. Empiricky doložený omyl namísto toho, aby přírodovědce, zastávající malthusiánské vidění světa, odradil od dalších mylných předpovědí, motivoval k recyklaci jejich myšlenek a posunu “soudného dne” o několik let až desetiletí. Příkladem takto horlivého přírodovědce je **Paul Ralph Ehrlich**, americký profesor, entomolog, se svou knihou z roku 1968 *The Population Bomb*. Ehrlich předpovídal, že v 70. a 80. letech budou umírat hlady stovky milionů lidí. Také věřil, že Indie nebude moci uživit dalších 200 milionů lidí, o které se měla do roku 1980 zvětšit indická populace. Podle jeho názoru měla být Indie potravinově soběstačná pouze do roku 1971. Jeho předpovědi se nenaplnily, ovšem v roce 1990 vydal knihu *The Population Explosion*. V ní konstatoval, že během posledních 30 let se zhoršila situace v rozvojových zemích, kde dochází k hladomorům a zvýšené migraci a zároveň k podstatnému zvýšení úmrtnosti, která souvisí s nedostatečným příjmem potravy. V roce 2004 v jednom interview sice poněkud korigoval své předpovědi, které publikoval zejména ve své první verzi knihy z roku 1968, ale i když se ve svých předpovědích mýlil, zdůraznil, že to nic nemění na hrůznosti faktu, že zhruba 600 milionů lidí hladoví a nejméně miliarda trpí podvýživou.

Pokud Ehrlichova kniha z roku 1968 na někoho působila příliš katastroficky, pak se do historie publikací katastrofických vizí existence lidstva nesmazatelně zapsala skupina 4 vědců pod hlavičkou Římského klubu. Jedná se o **Donellu H. Meadowsovou**, **Dennise L. Meadowse**, **Jorgena Randerse** a **Williamu W. Behrense** a jejich dílo z roku 1972 *Limits to Growth*. Autoři se v knize zabývají modelováním možného budoucího vývoje světa, respektive budoucích trendů pěti proměnných, které do jisté míry indikují ekonomický a sociální rozvoj lidstva. Těmito proměnnými v knize jsou: *světová populace, stupeň industrializace, stupeň znečištění, produkce potravin*

a vyčerpání zdrojů. Autoři se snažili vytvořit matematický model, který by jim dal věrohodné výsledky s tím, že postupně měnili parametry u daných proměnných. Cílem knihy nebylo předložit přesnou predikci vývoje zkoumaných proměnných, ale spíše ukázat, jaké mohou být důsledky jejich exponenciálního růstu v souvislosti s konečnými zdroji.

Jednou z klíčových myšlenek knihy je snaha vyvrátit způsob výpočtu doby užití zdrojů a ukázat, že existuje přesnější způsob jak zjistit, kolik let od vyčerpání jednotlivých surovin lidstvo dělí. Pro výpočet doby užití zdroje se standardně využívá ukazatel *R/P ratio*, tedy poměr objemu známých rezerv ku objemu produkce, a to vždy v aktuálním roce. Autoři Limitů růstu však tvrdí, že tento ukazatel je zavádějící, protože je platný pouze v okamžiku, pro který je vypočítán. Vycházejí z toho, že objem těžby (produkce, a tedy spotřeby) zdroje není konstantní, ale že každým rokem roste, a to exponenciálně, zatímco objem rezerv je konstantní. Doba užití zdroje se díky neustálému růstu jeho spotřeby snižuje a je tedy výrazně kratší než nám říká poměr R/P. Ukazatel R/P je tedy podle nich statický index.

Ani vlna zdrcující kritiky z řad ekonomů však neodradila kolektiv autorů od vydání remake svého původního díla přesně po dvaceti letech, tentokrát s názvem *Beyond the Limits (Překročení mezí)*. V této nové verzi došlo pouze k posunutí okamžiku vyčerpání zdrojů, avšak nijak zásadně se Překročení mezí od Limitů růstu neliší.

Co se týče současného přístupu k otázce vyčerpání zdrojů, vycházejícího z malthusiánského vidění světa, můžeme sem zařadit koncepci trvale udržitelného rozvoje (TUR). Jde o to, že koncepce trvale udržitelného rozvoje vychází z podobných tezí, jako malthusiánství. Základem je přesvědčení o tom, že planeta Země uživí určité konečné množství lidí, poněvadž její zdroje jsou omezené. Pokud má být tedy zajištěna trvalá prosperita lidstva, je třeba (podle TUR) tuto prosperitu kontrolovat či regulovat, respektive přijmout určitá pravidla, která povedou ke kýženému cíli. Mezi taková pravidla patří například omezení hospodářského růstu, kontrola populačního růstu apod. Jeden rozdíl tu však přeci jen je. Zatímco Malthus pouze konstatoval omezené možnosti obživy a tehdejší mzdu na úrovni existenčního minima chápal jako automatický regulační nástroj populačního růstu, současní zastánci koncepce TUR víceméně požadují jistou regulaci z pozice státu.

Které faktory malthusiánci opomíjejí?

Jak je tedy možné, že celá ta řada významných vědců nebyla schopna spolehlivě předpovědět, kdy lidstvo na nedostatek energetických surovin narazí a tvrdě doplatí na to, že nemyslí na budoucnost? Základní a možná i zásadní chybou všech výše uvedených předpovědí je to, že nepočítají s rolí cenového mechanismu a dále pak, že výrazně podceňují význam technologického pokroku a neustálého růstu úrovně lidského poznání, a to nejen v oblasti nalézání a těžby surovin, ale i v oblasti jejich užití.

Zmíněné souvislosti pregnantně vysvětlil **Julian L. Simon** v knize *Ultimate Resource (Největší bohatství)* z roku 1981. Její základní myšlenkou, která se vine celým textem, je vysvětlení, proč lidstvu nehrozí žádná energetická krize. Simon se snaží vysvětlit,

že cenový mechanismus je tím faktorem stimulujícím lidstvo k hledání nových ložisek zdrojů, k efektivnějšímu využívání zdrojů, případně k hledání substitutů ke stávajícím zdrojům.

Simon úvodem vysvětluje pojem *nedostatek*. Vysvětluje, že nedostatek či hojnost zdroje bezprostředně souvisí s jeho relativní cenou. Pokud relativní cena zdroje roste, znamená to, že je vzácnější a tedy relativně více nedostatkový, pokud naopak relativní cena zdroje klesá, je to signálem jeho relativně větší hojnosti. Simon měří relativní cenu zdroje v poměru ke mzdám. Takto vyjádřená relativní cena zdroje říká, jaké množství práce je zapotřebí k získání určitého fixního množství daného zdroje. Jelikož relativní ceny většiny surovin v poměru ke mzdám od roku 1800 klesly, Simon argumentuje, že to značí jejich stále menší nedostatek.

Simon také odlišoval ekonomické prognózování od prognózování čistě technického, matematického. Matematické prognózy, které byly předvedeny například v Limitech růstu, bývaly často postaveny na aktuálním stavu daného roku a na předchozím vývoji, z čehož byly vyvozovány trendy budoucího vývoje. Simon ale tvrdí, že takové prognózy jsou často chybné. Připouští sice, že počítat s objemem ověřených rezerv určitého zdroje je rozumné, ale pro širší ekonomické predikce nepříliš šťastné. V okamžiku, kdy vytváříme určitou prognózu ohledně doby užití nějakého zdroje, zpravidla přesně nevíme, jaké množství rezerv zůstalo zatím neobjeveno. Nevíme ani, jaký objem rezerv je v tomto okamžiku ekonomicky neefektivní vůbec těžit a zpravidla je nám utajena i budoucí technologie těžby, která může těžbu značně zefektivnit a tím učinit zdroj ekonomicky zajímavým. V neposlední řadě dokonce ani v tomto okamžiku nemáme tušení, jaký nový energetický zdroj bude za několik let objeven, až bude vůbec ekonomicky efektivní do jeho výzkumu investovat.

Simon se také zabýval, zda jsou vůbec zdroje vyčerpatelné, respektive zda může být množství energetických zdrojů nekonečné. Nejde však o to, zda je nekonečné fyzické množství konkrétního zdroje. Simon onou nekonečností chápe ekonomiku využití zdroje pro lidské účely. Naráží tak na rozdíl v pojetí přírodního a ekonomického zdroje. Přírodní zdroj se stane zdrojem ekonomickým ve chvíli, kdy je racionálně využitelný člověkem. Je to právě lidský rozum či úroveň poznání, které mohou na první pohled konečné zdroje přeměnit ve zdroje neomezené. A je to právě úroveň poznání, která je tím největším ekonomickým zdrojem. Jelikož nikdo není schopen určit, kde úroveň lidského poznání končí, jsou v tomto slova smyslu nekonečné i zdánlivě vyčerpatelné zdroje. Hlavní Simonovy argumenty na podporu tvrzení, že zdroje jsou nevyčerpatelné lze shrnout následovně:

- objem známých rezerv zdrojů se zpravidla pouze odhaduje a je tedy neurčitý,
- dodatečný objem zdrojů může být k dispozici, ať už skrze objevy nových ložisek nebo zdokonalení technologie těžby,
- recyklace,
- efektivnější využívání stávajícího objemu rezerv,
- nalezení substitutů (například optický kabel namísto měděného v oblasti telekomunikací).

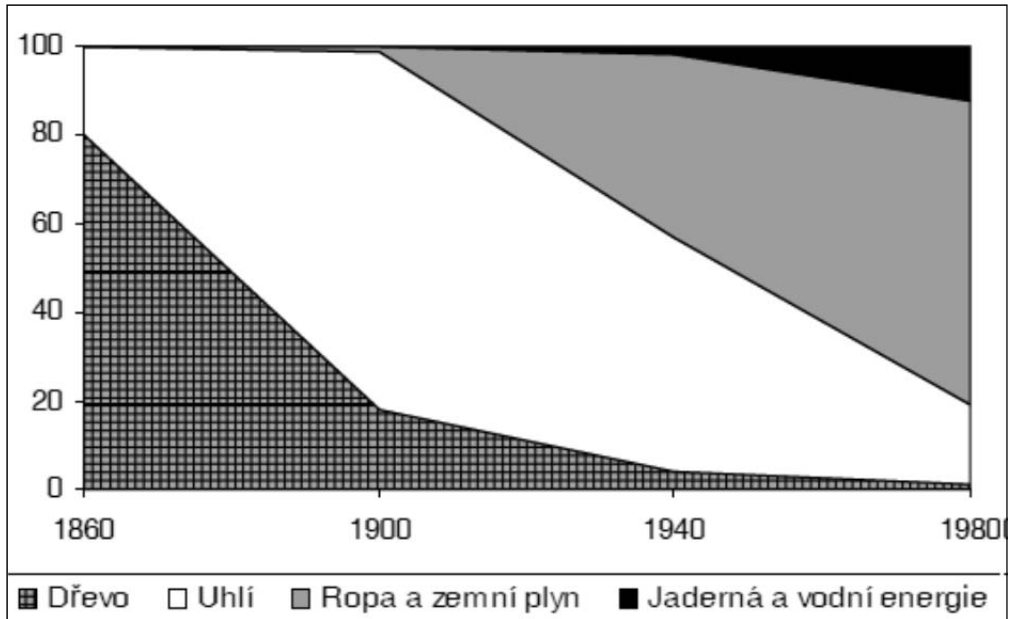
Simonova kniha se v roce 1996 dočkala druhého vydání s názvem *Ultimate resource 2*, ve které v zásadě opakuje a doplňuje své názory na problematiku vyčerpitelnosti energetických a jiných ekonomicky využitelných surovin a zdrojů.

Na Simona navazují další autoři. Ze zahraničních je třeba ještě zmínit dánského autora **Björna Lomborga**, který svou knihou *The Skeptical Environmentalist (Skeptický ekolog)* z roku 2001 způsobil doslova poprask ve vědeckých kruzích, a to zejména z toho důvodu, že šel proti proudu „oficiálních“ názorů na problematiku životního prostředí a s tím související otázky vyčerpitelnosti energetických zdrojů. Vznik této knihy souvisel, respektive navazoval přímo na Simonovo dílo. Lomborg, původně aktivní příznivec hnutí Greenpeace, sám přiznal, že motivací pro napsání Skeptického ekologa bylo ukázat, co je na Simonově *Ultimate Resource* anti-ekologické. Jakmile však začal analyzovat data, začal Simonovi dávat za pravdu a z téměř zapřísáhlého environmentalisty se stal člověkem, který v zásadě environmentalismus odmítá.

Podtitul Skeptického ekologa (*měření skutečného stavu světa*) ukazuje na každoročně zveřejňovanou zprávu organizace Worldwatch Institute *Stav světa*. Ačkoli tuto zprávu Lomborg řadí k tomu nejlepšímu, co v oboru environmentální politiky vychází, kritizuje

ji za to, že jsou v ní předpovědi o budoucím stavu světa vyvozovány z krátkodobých dat. V takovém světle pak předpovědi vycházejí poměrně katastroficky, ačkoli dlouhodobá data a z nich odvozené dlouhodobé trendy na žádné katastrofy neukazují.

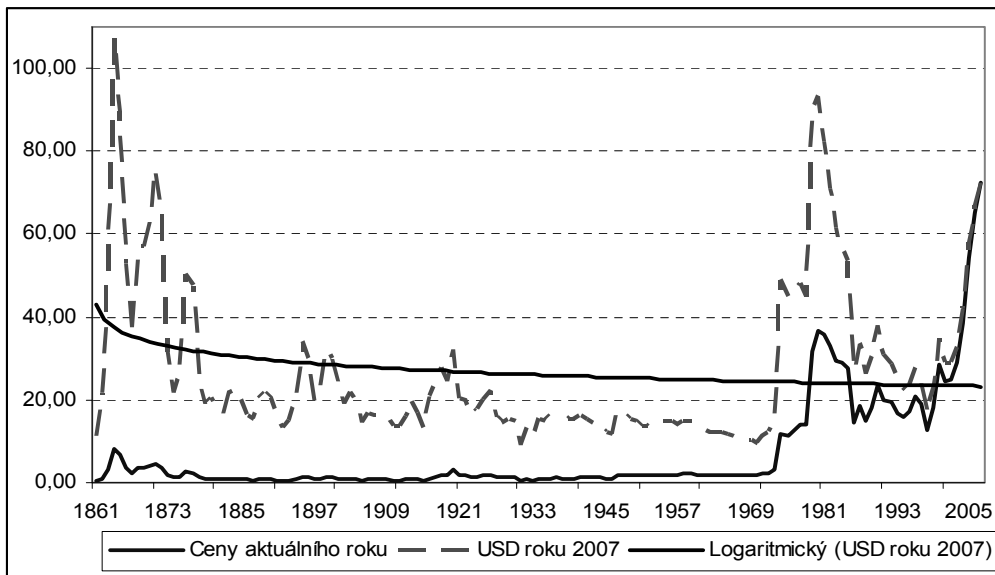
Z českých autorů, kteří se rovněž staví proti malthusiánským vizím, lze zařadit **Mojmíra Hampla** a jeho práci *Vyčerpání zdrojů – skvěle prodejný mýtus* z roku 2004. Hampl oponuje autorům Limitů růstu a vysvětluje, co bylo příčinou ropných šoků v 70. letech minulého století. Tvrdí, že není třeba se obávat vyčerpání zdrojů. Racionální ekonomickou úvahou vysvětluje, že „je nemožné, aby se lidstvo vůbec mohlo přiblížit okamžiku, kdy by zvažovalo, zda vytěžit poslední barel ropy, či ne,“ (Hampl, 2004, s. 56). Do tohoto okamžiku totiž nelze přirozenou cestou dospět, protože již dávno předtím by byla ropa nahrazena zdrojem jiným, jehož získávání by bylo ekonomicky výhodnější. V práci se lze také dočíst, že velikost celkových zásob neobnovitelného zdroje je závislá pouze na stupni geologických znalostí o daném zdroji. Respektive lidstvo bude mít k dispozici tolik zdrojů, kolik dokáže v zemi nalézt a pokud se bude tento potenciál vyčerpávat, nutně dojde k růstu relativní ceny zdroje, což bude představovat impuls k plynulému přechodu ke zdroji jinému. To, že je lidstvo schopno nalézat substituty, dokumentuje následující obrázek.

Graf 1: Podíly zdrojů energie na celkové spotřebě v letech 1860–1980 (v %).

Zdroj: Hampl (2004)

Cenový mechanismus a růst úrovně poznání – jak to funguje?

Pokud by skutečně platilo, že s tím, jak roste spotřeba klasických energetických surovin, se lidstvo přibližuje okamžiku jejich vyčerpání, pak by nutně musela růst relativní cena těchto zdrojů. Jinými slovy, cena ropy, zemního plynu a uhlí by musela ve vztahu k cenám jiných komodit neustále růst. Relativní cenu jakéhokoli zboží můžeme vyjádřit v jednotkách jiného zboží, případně můžeme tuto cenu chápat jako cenu vyjádřenou v jednotkách měny v nějakém základním období. Pokud tedy docházejí zásoby ropy, musela by její cena v dolarech základního období dlouhodobě růst. Následující obrázek však nic takového neukazuje. Právě naopak, vidíme, že dlouhodobým trendem je mírný pokles relativní ceny ropy.

Graf 2: Vývoj ceny ropy v letech 1861–2007 (v USD za barel)

Zdroj: British Petroleum (2012), vlastní výpočty

Také pokud vyjádříme cenu zdrojů ve vztahu k cenám jiného zboží, zjistíme, že ty se vyvíjejí jinak, než by tomu bylo v případě blížícího se vyčerpání. Následující tabulka ukazuje vývoj cen vybraných zdrojů ve vztahu ke mzdám v USA. Jde tedy o relativní cenu zdrojů a ceny práce.

Tabulka 1: Ceny vybraných zdrojů ve vztahu ke mzdám v USA (1990 = 100).

Zdroj	1950	1960	1970	1980	1990	Změna v % (1990/1950)
Potraviny	386	210	145	161	100	- 74
Dřevo	170	114	95	126	100	- 41
Papír	139	121	97	104	100	- 28
Minerály	194	147	179	217	100	- 48
Energie	184	126	74	138	100	- 46

Zdroj: Hampl (2004)

Jelikož zde analyzujeme problematiku energetických zdrojů, pak je pro nás nejzajímavější poslední sloupec tabulky. Z něho je patrné, že během 40 let klesla cena energie ve vztahu ke mzdám v USA o 46 %.

Nyní již víme, že vývoj cen nenasvědčuje tomu, že jsme blízko vyčerpání klasických energetických zdrojů. Jak je to ale možné? Vždyť světová populace neustále roste, stále více lidem se zvyšuje životní úroveň, stále více lidí zvyšuje svou spotřebu energie. Odpovědí je, že se neustále zvyšuje úroveň našeho poznání, což v praxi

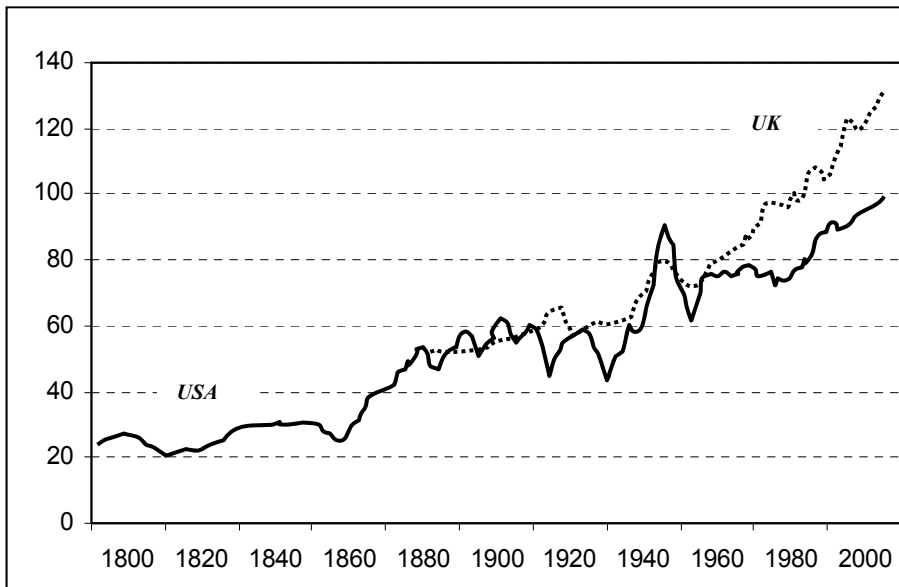
znamená, že roste efektivita využití energetických zdrojů, stejně tak roste i efektivita jejich těžby, případně nám nové geologické znalosti otevírají možnosti těžit suroviny v místech, kde bychom je dříve ani nehledali – zvyšuje se tedy objem známých surovinových rezerv, čímž se prodlužuje odhadovaná doba jejich užití (viz ukazatel R/P ratio).

Efektivnost využití energetických zdrojů je dnes na podstatně vyšší úrovni než v minulosti. Tak například u automobilů vyrobených v USA se snížila průměrná spotřeba od roku 1973 o 60 %. Domácí vytápění je dnes efektivnější v Evropě a USA o 24 – 43 %. Stejně tak mnoho domácích spotřebičů využívá energii daleko efektivněji. Například průměrná myčka nádobí či pračka dnes spotřebuje o 50 % méně energie než na počátku 70. let minulého století (Lomborg, 2001).

Ačkoli se efektivnost ve využití energie dramaticky zvýšila, stále je zde výrazný potenciál pro další energetické úspory. Podle některých odhadů je až 43 % spotřebované energie v USA proplytváno. Americké ministerstvo energetiky odhaduje, že by mohlo být uspořeno v různých odvětvích 50 – 94 % spotřeby energie (Lomborg, 2001).

Většina národů využívá energii stále efektivněji. Na každý dolar, euro nebo yen národního produktu je spotřebováno stále méně energie. Následující obrázek ukazuje vývoj efektivnosti využití energetických zdrojů v USA a Velké Británii od roku 1800, respektive 1880.

Graf 3: Energetická efektivnost v USA a UK v letech 1800–2000 (produkce v mld. USD roku 2000 z 1 exajoulu energie).



Zdroj: Lomborg (2001)

Závěr

Problematika energetických zdrojů je téma, jehož intenzita v čase kolísá. Střídají se období, kdy lidé dostatek energetických zdrojů téměř neřeší, s obdobími, kdy se stává téměř náboženstvím s jasně definovaným katechismem. Domnívám se, že právě takovým obdobím dnes lidstvo prochází. Otázka vyčerpání zdrojů je však dnes zasazena do širšího kontextu spolu s diskusí o globálním oteplování. Zatímco dříve se názorově střetávali malthusiánci a ne-malthusiánci, dnešní spory se vedou o to, nakolik lidská hospodářská činnost mění životní prostředí do nežádoucí nebo do dlouhodobě neudržitelné podoby. A podobně jako v dřívějších dobách, i dnes se názorově střetávají skupiny, které svou argumentaci založily na tezi lidstva, řítícího se do neodvratné katastrofy a skupiny, které se snaží pomocí hmatatelných faktů toto strašení vyvracet.

Cílem příspěvku bylo ukázat, v čem se malthusiánci mýlí, které faktory při svých prognózách neberou v potaz, nebo jejich význam podceňují, ať už cíleně nebo nevědomky. Byl vysvětlen význam cenového mechanismu a technologického pokroku při nalezení cesty k dlouhodobému ekonomickému rozvoji, kterého nelze dosáhnout bez produkce energie. Ukázali jsme, že lidstvo vždy bylo schopno nalézt alternativu, což vedlo k měnícímu se významu jednotlivých zdrojů v energetickém mixu. Také byly uvedeny argumenty, které podporují tezi o tom, že ekonomický rozvoj lidstva je limitován pouze lidským mozkiem, respektive jeho schopností zvyšovat úroveň poznání.

Literatura

- [1] BRITISH PETROLEUM: BP Statistical Review of World Energy 2008.
Dostupné na:
<http://www.bp.com/sectionbodycopy.do?categoryId=7500&contentId=7068481>
(květen 2012).
- [2] EHRLICH, P. R.: The Population Bomb. Ballantine Books. New York 1969.
223 str.
- [3] HAMPL, M.: Vyčerpání zdrojů – skvěle prodejný mýtus. CEP. Praha 2004. 67 str. ISBN 8086547280.
- [4] JEVONS, W. S.: The Coal Question. MacMillan and Co. London 1865. E-book.
Dostupné na: [http://www.eoearth.org/article/The_Coal_Question_\(e-book\)](http://www.eoearth.org/article/The_Coal_Question_(e-book))
(prosinec 2008).
- [5] LOMBORG, B.: The Skeptical Environmentalist (Measuring the Real State of the World). Cambridge University Press. Cambridge 2001. 587 str. ISBN 521804477.
- [6] MALTHUS, T. R.: An Essay on the Principle of Population. Prometheus Books. Amherst NY 1998. 396 str. ISBN 1573922552.
- [7] MEADOWS, D. H. et al.: The Limits to Growth. Universe Books. New York 1972. 205 str. ISBN 876631650.

- [8] NEURATH, P.: From Malthus to the Club of Rome and Back. Sharpe. Armonk NY 1994. 227 str. ISBN 156324408X.
- [9] PEARCE, D. W.: Macmillanův slovník moderní ekonomie. Victoria Publishing. Praha 1995. 549 str. ISBN 8085605422.
- [10] RICARDO, D.: On the Principles of Political Economy and Taxation. Hildesheim 1977. 589 str.
- [11] SIMON, J. L.: Největší bohatství. Centrum pro studium demokracie a kultury. Brno 2006. 666 str. ISBN 8073250829.

On the Edge of Sources – Why Malthusianism Always Fails

Abstract

Recently it is modern again to threaten with the possibility of resources exhaustion, especially oil, natural gas or coal. Another threatening is related to the problem of global warming. The threat of sources is nothing new; it is no new phenomenon last decades. The founder of this discipline was the British philosopher Thomas Robert Malthus with his essay and the population law. Since that time we can observe a recycling of Malthus thought and findings that Malthus was wrong. The paper focuses on the main ideas in the field of source exhaustion and submits answers why malthusianism always fails.

Key words

Energy crisis, malthusianism, source exhaustion.

Kontaktní údaje

Ing. Petr Musil, Ph.D.
Katedra ekonomických studií
Vysoká škola polytechnická Jihlava
Tolstého 16
586 01 Jihlava
e-mail: petrmusil1977@gmail.com

Riešenie viackriteriálneho job shop problému rozvrhovania pomocou hybridného algoritmu

Jana Patakyová, Marian Reiff

Ekonomická univerzita v Bratislave

Abstrakt

V článku sa venujeme aplikácii hybridného algoritmu rojenie častíc – simulované žihanie (hPSOSA), ktorý využíva globálne (rojenie častíc (PSO)) aj lokálne prehľadávanie (simulované žihanie (SA)) na viackriteriálny flexibilný job shop problem rozvrhovania (FJSP) zložený z troch účelových funkcií “makespan”, “maximal machine workload” a “total workload”. Na testovanie algoritmu sme použili 10 inštancií.

Kľúčové slová

Job shop problém rozvrhovania, rojenie častíc, simulované žihanie.

Úvod

Jedným z najznámejších problémov rozvrhovania typu JSP je flexibilný job shop (FJSP) problém rozvrhovania. Zaoberali sa ním vedci po celom svete, a to nie len z dôvodu praktického a teoretického, ale aj kvôli jeho zložitosti. FJSP predstavuje rozšírenie klasického JSP za predpokladu, že obslužné zariadenie je schopné spracovávať viac ako jeden typ operácie, t.j. pre každú operáciu musí existovať aspoň jedno obslužné zariadenie. Namiesto m - obslužných zariadení v sérii sa používa c - pracovných centier a každé centrum pozostáva z určitého počtu identických paralelných obslužných zariadení [7]. Každá úloha má svoju vlastnú predeterminovanú cestu prechodu obslužným zariadením a každá z nich vyžaduje spracovanie na jedinom obslužnom zariadení každého centra systému.

Aplikácie FJSP nájdeme pri plánovacích flexibilných manufaktúrnych systémoch (FMS – flexible manufacturing systems), chemických závodoch a dopravných systémoch, atď. Tento problém rozvrhovania môžeme rozšíriť aj o viackriteriálnosť, pri ktorej môžeme súčasne kombinovať viac účelových funkcií, napr. minimalizácia maximálnej doby pobytu úlohy v systéme, celkovú dobu čakania, atď. FJSP je zložitejší ako klasický JSP. Rozlišujeme dva typy FJSP:

- celkový/úplný FJSP (T-FJSP) kde každá operácia môže byť vykonávaná na každom obslužnom zariadení z množiny M ;
- čiastočný FJSP (P-FJSP) kde každá operácia môže byť spracovaná na jednom obslužnom zariadení z podmnožiny $M' \subset M$.

Rozhodnúť, na ktoré obslužné zariadenie môžeme priradiť operáciu nám pomáhajú prirad'ovacie premenné z_{im} , kde ak

$$z_{im} = \begin{cases} 1 & \text{ak operácia } i \text{ je priradená k obslužnému zariadeniu } m \in M_i \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

Nech p_{im} je čas spracovania operácie i na obslužnom zariadení $m \in M_i$. Potom flexibilný JSP problém rozvrhovania zapíšeme nasledovne [2]:

$$\min C_{\max} \quad (1)$$

za podmienok

$$x_j - x_i \geq \sum_{k \in M_i} p_{ik} z_{ik} \quad \text{pre } \forall (i, j) \in A_J, J \in \mathfrak{S} \quad (2)$$

$$x_j + H(1 - y_{ij}) - x_i + H(2 - z_{im} - z_{jm}) \geq 0 \quad \text{pre } \forall i, j \in I, i < j \text{ a } m \in M_i \cap M_j \quad (3)$$

$$x_i + Hy_{ij} - x_j + H(2 - z_{im} - z_{jm}) \geq 0 \quad \text{pre } \forall i, j \in I, i < j \text{ a } m \in M_i \cap M_j \quad (4)$$

$$x_\tau - x_i - \sum_{k \in M_i} p_{ik} z_{ik} \geq 0 \quad \text{pre } \forall i \in I \quad (5)$$

$$\sum_{k \in M_i} z_{ik} = 1 \quad \text{pre } \forall i \in I \quad (6)$$

$$z_{im} \in \{0, 1\} \quad \text{pre } \forall i \in I, m \in M_i \quad (7)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \text{pre } \forall (i, j) \in B, i < j \quad (8)$$

$$x_i \geq 0 \quad \text{pre } \forall (i, j) \in I \quad (9)$$

$$x_\tau \geq 0$$

Ak jedna operácia z dvoch operácií i a j , $M_i \cap M_j \neq \emptyset$ nie je priradená obslužnému zariadeniu, potom platí $(2 - z_{im} - z_{jm}) \geq 1$ a ohraničenia (3) a (4) sú nepotrebné pre vysokú hodnotu H . Hodnota H , t.j. $H = \sum_{i \in I} \max_{m \in M_i} (p_{im})$ vyhovuje, ak platí

$H \geq x_i + p_{im} - x_j$ pre $\forall i, j \in I, m \in M_i \cap M_j$. Ohraničenie (6) hovorí, že každá operácia je priradená len jednému obslužnému zariadeniu. Veľké číslo H môže spôsobiť zhoršenie výsledku. Iná formulácia flexibilného JSP je navrhnutá s ponechaním koeficientu H v dvoch kapacitných ohraničeniach.

V práci sa ďalej venujeme viackriteriálnemu FJSP. Mnoho vedeckých prác napr. [3], [5], [6], [8], [9] a [10] venovalo svoju pozornosť viackriteriálnemu rozhodovaniu pri problémoch FJSP pomocou metaheuristických metód.

V článku riešime viackriteriálny problém zložený z troch účelových funkcií “makespan”, “maximal machine workload” a “total workload”.

Materiál a metódy

Algoritmus rojenia častíc (PSO) je algoritmus založený na stochastickej optimalizačnej technike navrhnutej Eberhartom a Kennedym v roku 1995 [4]. Algoritmus patrí medzi tzv. inteligentný swarm (z angl. Swarm intelligence). Týmto pojmom sa označuje skupina optimalizačných metaheuristik založených na populácii a interakcii medzi jej jednotlivými členmi. PSO sa úspešne používa v mnohých oblastiach života (napr. dizajn, elektrotechnika, finančníctvo, rozvrhovanie, atď.). Algoritmus je založený na pozorovaní krdľov vtákov, húfov rýb alebo roju včiel a dokonca aj ľudského spoločenského správania [6].

V prezentovanom algoritme sa potenciálne riešenia nazývajú častice. Pozícia častice je ovplyvnená najlepšou pozíciou, ktorú sama navštívila (t.j. vlastné skúsenosti) a pozícia najlepšej častice vo svojom okolí (napr. skúsenosti iných častíc). Ak okolie častíc je zložené z celého roja, potom najlepšia pozícia v celom okolí sa nazýva globálne najlepšia častica a výsledný algoritmus sa nazýva *gbest* (global best) algoritmus rojenia častíc. Ak sa použije menšie okolie, potom algoritmus je *lbest* (local best) algoritmus rojenia častíc. Výkonnosť jednotlivých častíc (napr. ako blízko je častica od globálneho optima) sa meria použitím *fitness* funkcie, ktorá sa líši v závislosti od optimalizačného problému. V tomto algoritme má každá častica populácie prispôsobiteľnú rýchlosť (zmena pozície), podľa ktorej sa pohybuje v priestore hľadania a pamäť, ktorá si pamätá najlepšiu pozíciu pre daný priestor hľadania [4].

Klasický algoritmus rojenia častíc používa na riešenie úloh roj častíc, t.j. používa množinu permutácií, ktoré „nepriamo“ predstavuje riešenie pre JSP. Problémom tohto algoritmu je, že ho nemôžeme priamo použiť na JSP z dôvodu, že PSO je stochastický algoritmus,

kým JSP je deterministický proces. V procese hľadania častice smerujú za najlepšou časticou v roji. Takéto správanie má za následok, že oblasť hľadania sa zväčšuje. Aby sme mohli implementovať algoritmus rojenia častíc, musíme „kódovať“ reprezentáciu častíc, použiť dispečerské pravidlá alebo pravidlo SPV (Smallest Position Value), ktoré sa používa na výpočet spojitej hodnoty operácie. Častica sama o sebe v tomto prípade nepredstavuje riešenie.

V článku sa venujeme kódovaniu pomocou algoritmu simulovaného žihania, ktorý využíva kódovanie založené na operáciách. Pseudokód hybridnej optimalizácie, t.j. hybridný algoritmus rojenia častíc a simulovaného žihania (hPSOSA) je spracovaný napríklad v práci [10] a uvedený na obrázku číslo 1.

Obrázok č.1: Pseudokód hybridnej optimalizácie – algoritmus hPSOSA pre JSP

Začiatok

Krok 1: Inicializácia

- Inicializácia parametrov, vrátane veľkosti roja, max. generácie, w_{\max} , w_{\min} , c_1 , c_2 ;
- Určenie T_0 , T_{end} , B pre experiment.

Krok 2: Priradenie a rozvrhovanie.

generation:=0;

inicializácia pozície častice a rýchlosti stochasticky;
 vyhodnotenie *fitness* každej častice pomocou podprogramu algoritmu simulovaného žihania;
 inicializácia *gbest* pozície s časticou, ktorá má najnižšiu *fitness* v roji;
 inicializácia *pbest* pozície častice;
while (maximálna generácia nie je splnená)

do {

generation := generation+1;

generujeme ďalší roj pomocou rovníc:

$$v_{ij}(t) = wv_{ij}(t-1) + c_1r_1(p_{ij}(t-1) - x_{ij}(t-1)) + c_2r_2(p_j^*(t-1) - x_{ij}(t-1)) \text{ a}$$

$$w = w_{\max} - \frac{w_{\max} - w_{\min}}{iter_{\max}} iter; \text{ kde } w_{\max} \text{ začiatočná hodnota váhového koeficientu, } w_{\min}$$

konečná hodnota váhového koeficientu, $iter_{\max}$ maximálny počet iterácií, $iter$ súčasná iterácia.

vyhodnotíme roj {

výpočet fitness hodnoty každej častice pomocou podprogramu SA,

nájdeme nové *gbest* a *pbest* porovnaním

aktualizácia *gbest* roja a *pbest* každej častice;

}

}

Krok 3: výstup výsledkov optimalizácie.

Koniec.

Prevod kódu;

$$\{T_k = T_0;$$

While ($T_k > T_{end}$)

do {

generovanie susedných riešení S' z S ;

výpočet fitness z S' ;

vyhodnotenie S' {

$$\Delta = f(S') - f(S);$$

ak

$if(\min[1, \exp(-\Delta/T)] > \text{random}[0,1]) \{ \text{accept } S'; \}$

aktualizácia najlepšieho riešenia nájdeného tak ďaleko, ako je to možné;

}

$$T_k = BT_{k-1};$$

}

}

Zdroj: [10]

Výsledky a diskusia

Úspešnosť použitia hybridného algoritmu hPSOSA závisí od nastavenia riadiacich a ukončovacích parametrov. Na začiatku experimentov bola snaha zistiť vhodné

hodnoty týchto parametrov v závislosti od kvality a času potrebného na výpočet. Parametre hybridného algoritmu sú stanovené experimentálne. Ako zvoliť jednotlivé parametre sme sa inšpirovali aj prácami ako sú napr. [10], [6] a [8].

Pre časť algoritmu rojenia častíc sme určili veľkosť roja 100, začiatočnú/konečnú hodnotu rýchlosti roja 1,2/0,4 a kognitívny/sociálny akceleračný koeficient 2,0/2,0.

Pre časť algoritmu simulovaného žihania sú parametre nastavené pre každú inštanciu inak. Začiatočná teplota T_0 musí byť dostatočne vysoká, aby sme získali možné riešenia. Hodnota parametra B udáva akým skokom sa má znižovať teplota chladenia. Nachádza sa v intervale $(0, 1)$. T_{end} predstavuje kritérium ukončenia algoritmu, t.j. hraničnú teplotu, kedy sa má algoritmus ukončiť. Ak aktuálna teplota chladenia je menšia ako hraničná teplota, potom algoritmus bude ukončený. Pre všetky prezentované inštancie sme určili rovnako, t.j. $T_{end} = 0,01$. Parametre algoritmov simulovaného žihania sú uvedené v tabuľke číslo 1.

Tabuľka 1: Parametre algoritmu simulovaného žihania (SA) pre inštancie z [1]. Zdroj: vlastné spracovanie

<i>Simulované žihanie (SA)</i>							
$n \times m$	MK01	MK03	MK05	MK06	MK07	MK08	MK10
	MK02 (10x6)	MK04 (15x8)	(15x4)	(10x15)	(20x5)	MK09 (20x10)	(20x15)
T_0 (začiatočná teplota)	10	10	5	20	20	20	20
T_{end} (hraničná teplota)	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
B (klesajúca miera teploty v intervale $(0,1)$)	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9

Nami prezentovaný hybridný algoritmus negarantuje nájdenie optimálneho riešenia, má ale schopnosť nájsť dobré riešenie vo vhodnom čase. Pri každej inštancii z [1] bolo vykonaných 10 výpočtov. Výsledky zhrnuté v tabuľke 2 reprezentujú iba najlepšie z riešení, ktoré boli získané z 10 realizovaných výpočtov realizovaných pri danom nastavení parametrov. Výpočty sú realizované v programe MATLAB 7 a spustené na procesore Intel® Core™2 Duo CPU T8100@ 2,1GHz.

Tabuľka 2: Výsledky riešenia viackriteriálneho FJSP. Zdroj: vlastné spracovanie

	C_{\max}	F_{\max}	F	Čas výpočtu ²¹
MK01 (10x6)	42	38	160	od 2 do 60 sekúnd
MK02 (10x6)	26	151	33	od 17 do 80 sekúnd
MK03 (15x8)	210	294	820	od 7 do 60 sekúnd
MK04 (15x8)	62	60	363	od 0,5 do 3 minút
MK05 (15x4)	172	172	687	od 20 s. do 3 minút
MK06 (10x15)	65	52	426	od 0,5 do 6 minút
MK07 (10x5)	140	140	695	od 0,5 do 2 minút
MK08 (20x10)	523	523	2524	od 15 s. do 3 minút
MK09 (10x10)	310	310	2262	od 1 do 5 minút
MK10 (20x15)	209	205	2029	od 2 do 25 minút

Záver

Aplikácia algoritmu rojenia častíc predstavuje využitie vyspelej technológie pre riešenie problémov z rôznych oblastí praxe, nielen pri rozvrhovaní výroby. Pre našu potrebu sme si tento algoritmus museli prispôbiť, pretože ho nemôžeme priamo použiť na FJSP z dôvodu, že algoritmus rojenia častíc je stochastický algoritmus, kým JSP je deterministický proces (klasický algoritmus rojenia častíc používa na riešenie úloh roj častíc, t.j. používa množinu permutácií, ktoré „nepriamo“ predstavuje riešenie pre JSP). Na rozdiel od klasických metód nedochádza pri pridaní dodatočných podmienok k nárastu zložitosti daného problému a tak je možné riešiť i veľmi zložité, klasickými algoritmi ťažko riešiteľné úlohy.

Z vykonaných experimentov môžeme vyvodit' záver, že prezentovaný hybridný algoritmus je vhodným nástrojom k riešeniu FJSP. Síce táto metóda nezaručuje nájdenie optimálneho rozvrhu ale je schopná poskytnúť dobré riešenie v reálnom čase a to aj pri problémoch veľkých rozmerov, na ktoré klasické metódy nestačia.

²¹ Čas výpočtu: rozsah riešenia hybridného algoritmu hPSOSA pre všetky experimenty, ktoré sme vykonali.

Literatura

- [1] BRANDIMARTE, P. 1993. Routing and scheduling in a flexible job shop by taboo search. In *Annals of Operations Research*. ISSN: 0254-5330, 1993, vol. 41, p. 157–183
- [2] FATTAHI, P. – JOLAI, F. – ARKAT, J. 2009. Flexible job shop scheduling with overlapping in operations. In *Applied Mathematical Modelling*. ISSN: 0307-904X, 2009, vol. 33, no. 7, p. 3076–3087
- [3] KACEM, I. – HAMMADI, S. – BORNE, P. 2002. Pareto-optimality approach for flexible job-shop scheduling problems: hybridization of evolutionary algorithms and fuzzy logic. In *Mathematics and Computers in Simulation*. ISSN: 0378-4754 2002, vol. 60, no. 3, s. 245–276
- [4] KENNEDY J. – EBERHART R. 2001 *Swarm Intelligence*, London: Academic Press, 2001. 541 s. ISBN: 1-55860-595-9
- [5] LI, J. – PAN, Q. – XIE, S. 2010. A Hybrid Variable Neighborhood Search Algorithm for Solving Multi-Objective Flexible Job Shop Problems. In *Computer Science and Information Systems*. ISSN: 1820-0214, 2010 Volume 7, Issue 4, s. 907–930
- [6] LIU, H. – ABRAHAM, A. – CHOI, O. 2009. A Multi-swarm approach to Multi-objective Flexible Job Shop Scheduling Problems. In *Swarm Intelligence*. ISSN: 0169-2968 2009, vol. 95, no. 4, pp. 465–489
- [7] PINEDO, M. L. 2009. *Planning and Scheduling in Manufacturing and Services*. 2nd Edition. Springer Science, 2009. 506 s. ISBN 0-387-22198-0
- [8] SHA, D. Y. – LIN, H. H. 2009. A multi-objective PSO for job-shop scheduling problems. In *Computers & Industrial Engineering*. ISBN: 978-1-4244-4135-8, 2009, Volume 37 Issue 2, p. 489 –494
- [9] TAY, C. T. – HO, N. B. 2008. Evolving dispatching rules using genetic programming for solving multi-objective flexible job-shop problems In *Computers & Industrial Engineering*. ISSN: 0360-8352, 2008 vol. 54, no 3, pp. 453-473
- [10] XIA, W. – WU, Z. 2005. An effective hybrid optimization approach for multi-objective flexible job-shop scheduling problems. In *Computers and Industrial Engineering*. ISSN: 0360-8352, 2005 vol. 48, no. 2 , p. 409–425

Hybrid Algorithm for Solving Multi-objective Flexible Job Shop

Abstract

In this paper we present application of hybrid algorithm partial swarm optimization – simulated annealing (hPSOSA), algorithm utilize global search (partial swarm optimization(PSO)) and local search (simulated annealing (SA)) on multi objective flexible job shop problem (FJSP) containing three objective functions “makespan”, “maximal machine workload” a “total workload”. Ten instances were used for testing.

Key words

Job Shop Scheduling Problem, Partial Swarm Optimization, Simulated Annealing.

Kontaktní údaje

Ing. Jana Patakyová, Ing. Marian Reiff, PhD.
University of Economics in Bratislava, Faculty of business informatics,
Department of Operations research and Econometrics
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Slovak Republic

Vliv ekonomické krize na vývoj zadluženosti domácností v České republice

Lukáš Kučera, Gabriela Švejdová

Katedra ekonomiky a managementu

Vysoká škola technická a ekonomická v Českých Budějovicích

Abstrakt

Tento příspěvek se zabývá vývojem zadluženosti domácností v České republice. Cílem příspěvku je analyzovat zadluženost tuzemských domácností v minulých letech (2005–2011), zejména s důrazem na vliv ekonomické krize na její růst a též nastítnit její budoucí vývoj. Z provedené analýzy vyplývá, že zadluženost domácností neustále roste, ale ekonomická krize tempo růstu snížila. Velmi se také změnila účelová skladba zadluženosti. Neustále roste podíl dlouhodobých dluhů (se splatností nad pět let), zejména dluhy na bydlení. S růstem celkové zadluženosti domácností roste také objem nesplácených úvěrů, tzv. úvěrů se selháním. Na základě provedené predikce vývoje zadluženosti tuzemských domácností vyplývá, že zadluženost se bude i nadále zvyšovat, ale tempo růstu bude i nadále klesat.

Klíčová slova

Zadluženost, domácnosti, ekonomická krize, nesplácené úvěry, tempo růstu.

Úvod

Práce je zaměřena na problematiku zadluženosti domácností v České republice. Tato problematika je v současné době stále více zdůrazňována, zejména z důvodu neustále se zvyšujícího počtu zadlužených domácností a z toho plynoucí problémy, jako např. neschopnost domácností splácet své závazky. Cílem tohoto článku je nastítnit vývoj zadluženosti tuzemských domácností v letech 2005 až 2011, analyzovat celkové dluhy domácností z různých hledisek (časové, účelové, dle poskytujícího subjektu), potvrdit, zda ekonomická krize měla vliv na jejich vývoj a v neposlední řadě též provést predikci budoucího vývoje zadluženosti tuzemských domácností.

Materiál a metody

Finanční krize, která se začala projevovat v roce 2007, zachvátila celý svět. Byla to nejvíce destruktivní ekonomická událost posledních osmdesáti let. Spouštěčím mechanismem byly

problémy na trhu amerických subpreme²² hypoték, které se postupně rozšířily i do odvětví s tímto trhem souvisejících a nakonec i do celé ekonomiky. Globální ekonomika, která do té doby rostla průměrným tempem 3,5 % ročně, začala klesat o více než 1 % ročně. Ve vyspělých zemích byl tento pokles ještě výraznější (u nejvyspělejších zemí byl tento pokles až 6%). V roce 2009 se ekonomické výsledky některých zemí začaly zlepšovat, ale zdaleka to neplatí pro všechny (např. počet nezaměstnaných je v současné době o 15 milionů více, než před počátkem krize). [2]

Finanční krize se samozřejmě projevila i v ekonomice České republiky (pokles HDP, růst nezaměstnanosti, pokles spotřeby domácností apod.). Na tuzemské domácnosti měla krize velmi zásadní vliv. Projevila se zejména:

- stagnací jejich úhrnných příjmů a spotřeby,
- nižším ročním přírůstkem hrubých úspor,
- poklesem objemu mezd, platů i příjmů z podnikání,
- výrazným snížením čistých příjmů z vlastnictví apod.

Dopad finanční krize na sektor domácností byl v České republice méně výrazný než na českou ekonomiku jako celek. [3]

Finanční krize měla zcela jistě vliv i na vývoj zadluženosti domácností v České republice. Dle různých výzkumů, provedených v letech 2008–2010, se domácnosti dopadů krize obávaly, proto vzniká předpoklad, že se zadluženost domácností v důsledku krize snížila.

Zadluženost českých domácností, ve srovnání s ostatními státy Evropské unie, je nízká. Problémem je, že tuzemské domácnosti jsou oproti vyspělým zejména západoevropským státům chudší. Průměr zadlužení domácností v poměru k hrubému domácímu produktu (dále jen HDP) v Evropské unii činí necelých 55 %. Finanční aktiva domácností v zemích eurozóny přesahují 200 % HDP, v České republice však pouze 80 %. Z tohoto důvodu hrozí tuzemským domácnostem tzv. dluhová past. Celková zadluženost tuzemských domácností přesahuje v současné době 1,1 milionu korun. Hypotéční úvěry má přibližně 15 % domácností, spotřebitelský úvěr má téměř čtvrtina domácností. Vývoj úvěrů domácností zatím nenarušuje finanční stabilitu bank, ale je velkým problémem sociálním. Předluženost tuzemských domácností se v současné době přenáší i do středně příjmových skupin obyvatel. Za předluženou domácnost

²² Subprime hypotéky představují rizikové hypotéky, určené pro takové skupiny obyvatelstva, které nesplňují podmínky pro získání hypotéky, tj. jsou to hypotéky s vyšším rizikem nesplacení. Subprime hypotéky mají variabilní úrokovou sazbu

a klient může v prvních letech splácet pouze úroky.

se považuje taková, jejíž náklady na splácení dluhů převyšují 50 % čistého příjmu (tj. příjmu po odečtení nezbytných nákladů). [4]

Mezi hlavní důvody, které způsobují skutečnost, že se domácnosti zadlužují nebo dokonce předlužují, patří:

- a) vliv referenční skupiny (tj. touha vlastnit věci, které vlastní např. přátelé, sousedi či známí – ve skutečnosti ale domácnost na tyto věci nemá dostatečné disponibilní finanční prostředky),
- b) vliv hromadných sdělovacích prostředků (v reklamách či jiných formách marketingové komunikace poskytovatelů půjček se zdá, že financování na úvěr, leasing apod. je moderní),
- c) snadno dostupné dodatečné (cizí) peněžní prostředky (banky, leasingové společnosti, ústavy spotřebitelského financování apod.),
- d) zdánlivě „levné“ finanční produkty bankovních i nebankovních ústavů apod.

V další části článku (dle metodiky České národní banky) budou úvěry posuzovány z následujících hledisek:

- z hlediska časového: úvěry krátkodobé (se splatností do 1 roku), střednědobé (se splatností) 1–5 let a dlouhodobé (se splatností nad 5 let),
- z hlediska poskytovajícího subjektu: bankovní a nebankovní úvěry,
- z hlediska účelového: úvěry na spotřebu, úvěry na bydlení a úvěry ostatní.

Pro komplexní hodnocení zadluženosti tuzemských domácností lze také například využít následující ukazatele:

- a) absolutní míra zadluženosti,
- b) relativní míra zadluženosti,
- c) míra čisté zadluženosti,

Absolutní míra zadluženosti vyjadřuje přírůstek resp. úbytek zadluženosti v roce t oproti roku $t - 1$. Zjistíme tedy, o jakou částku se zvýšila, resp. snížila celková zadluženost domácností v České republice. [5]

Relativní míra zadluženosti vyjadřuje procentní změnu hodnoty zadluženosti v roce t oproti roku $t - 1$. [5]

Míra čisté zadluženosti vyjadřuje poměr celkové zadluženosti domácností v České republice k celkovému čistému disponibilnímu důchodu domácností v daném roce. Čistým disponibilním důchodem se v tomto případě rozumí částka, kterou mohou domácnosti věnovat na konečnou spotřebu, na úspory finančních aktiv a na akumulaci hmotných i nehmotných aktiv. [6]

Kromě sledování výše zmíněných ukazatelů je nutné sledovat též vývoj nesplacených úvěrů, tzv. úvěrů se selháním. Selháním dlužníka se rozumí situace, kdy je splněna alespoň jedna z těchto podmínek:

- lze předpokládat, že dlužník pravděpodobně nesplatí svůj závazek řádně a včas, aniž by věřitel přistoupil k uspokojení své pohledávky ze zajištění,
- alespoň jedna splátka jistiny nebo příslušenství jakéhokoliv závazku dlužníka je po splatnosti déle než 90 dnů [1]

V práci budou analyzována primární data, zejména z oficiálních statistik, vydávaných Českým statistickým úřadem a Českou národní bankou. Z těchto statistik budou zjištěna data, týkající se vývoje zadluženosti v jednotlivých letech. K popsání vlivů finanční krize na tuzemské domácnosti budou využity zejména přednášky předních odborníků a také další dostupné zdroje. K vyhodnocení primárních dat bude využit tabulkový software a základní statistické operace.

Výsledky a diskuse

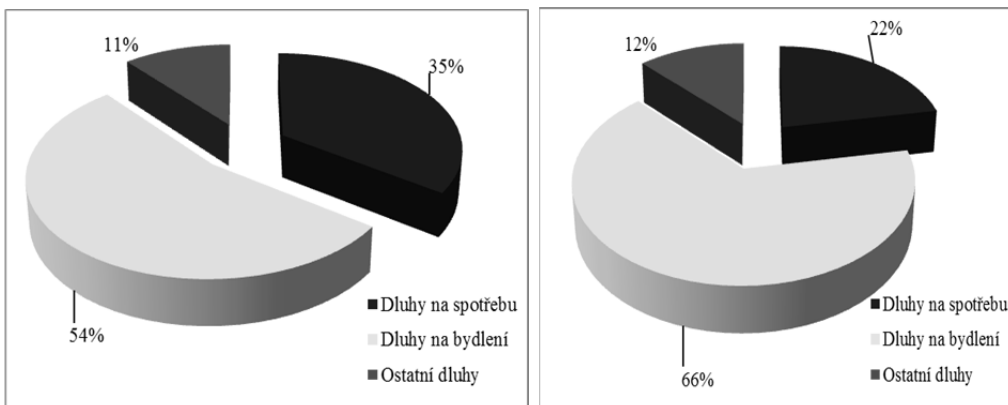
Tuzemské domácnosti dlužily na konci roku 2011 více než jeden bilion korun. Za posledních 12 měsíců se zadluženost tuzemských domácností zvýšila o 15 miliard, tj. o 1,2 miliardy měsíčně. Jak ukazuje tabulka 1, zadluženost v posledních letech neustále roste. V tabulce jsou kromě celkové zadluženosti domácností uvedeny také tři základní složky zadluženosti, a to dluhy na spotřebu, bydlení a ostatní.

Tabulka 1: Vývoj celkové zadluženosti tuzemských domácností v letech 2005–2010 (v mil. Kč)

ROK	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Dluhy na spotřebu	182 036	210 368	267 205	307 258	297 315	265 617	263 434
Dluhy na bydlení	282 622	375 077	515 882	619 938	691 698	783 386	787 969
Ostatní dluhy	58 150	69 991	92 245	107 032	119 491	132 158	144 114
Zadluženost celkem	522 808	655 437	875 332	1 034 228	1 108 504	1 181 161	1 195 517
Absolutní přírůstek		132 629	219 895	158 896	74 276	72 657	14 356
Relativní přírůstek		25,37%	33,55%	18,15%	7,18%	6,55%	1,22%

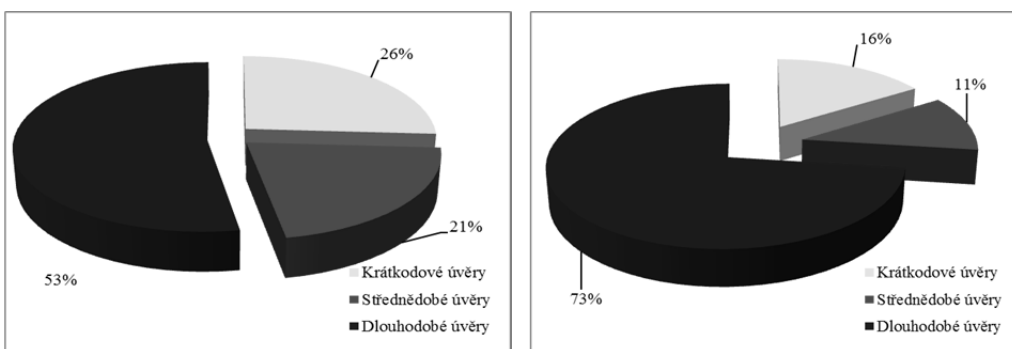
Zdroj: Česká národní banka – vlastní zpracování, vlastní výpočty

Z výše uvedené tabulky je zřejmé, že zadluženost tuzemských domácností se neustále zvyšuje, ale klesajícím tempem. Zaměříme-li se na vývoj jednotlivých složek celkové zadluženosti, lze pozorovat, že dluhy na spotřebu (tj. zejména spotřebitelské úvěry) se od roku 2009 postupně snižují, zatímco vývoj dalších složek stále roste.

Graf 1: Skladba zadluženosti tuzemských domácností v roce 2005 a 2011

Zdroj: Česká národní banka – vlastní zpracování

Z uvedeného grafu je zřejmé, že skladba celkové zadluženosti se mezi roky 2005 a 2011 výrazně změnila. Nejvyšší podíl na celkové zadluženosti tvoří dluhy na bydlení, jejichž podíl neustále roste. Naopak snižuje se podíl dluhů na spotřebu. Z hlediska časového lze na základě výše uvedené tabulky konstatovat, že největší podíl na celkové zadluženosti mají dlouhodobé úvěry (tj. úvěry se splatností nad 5 let, např. hypoteční úvěry, úvěry ze stavebního spoření apod.). Tuto změnu lze jistě částečně připsat ekonomické krizi. Lidé upouštějí od financování svých zbytných potřeb (dovolená, automobily apod.) na dluh a takto financují spíše nezbytné potřeby, zejména bydlení.

Graf 2: Skladba celkové zadluženosti podle délky splatnosti dluhů (rok 2005 a 2011)

Zdroj: Česká národní banka – vlastní zpracování

Z výše uvedeného grafu je zřejmé, že struktura zadluženosti z hlediska času se mezi roky 2005 a 2011 markantně změnila, zejména podíl dlouhodobých dluhů neustále roste (největší význam mají hypoteční úvěry).

Následující tabulka shrnuje vývoj podílu celkové zadluženosti domácností v České republice na jejich celkovém čistém disponibilním důchodu, tj. míra čisté zadluženosti.

Tabulka 2: Podíl celkové zadluženosti tuzemských domácností na jejich celkovém disponibilním důchodu (v mil. Kč)

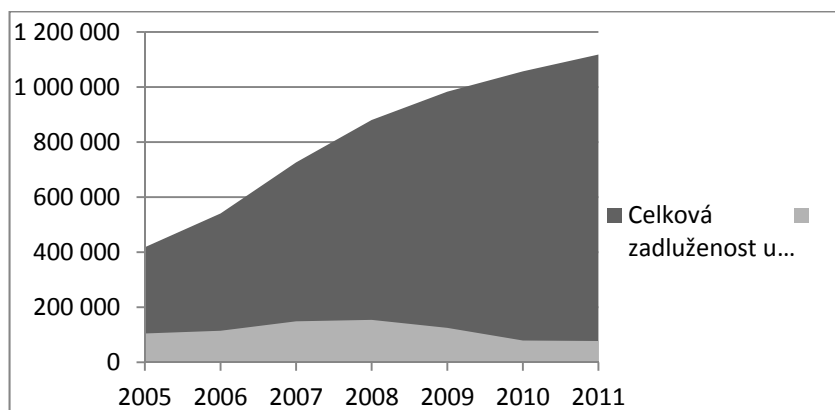
ROK	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Zadluženost celkem	522 808	655 437	875 332	1 034 228	1 108 504	1 181 161
Celkový čistý disponibilní důchod domácností	1 574 351	1 685 178	1 799 864	1 926 281	1 960 083	1 973 887
Podíl celkové zadluženosti na celkovém disponibilním důchodu domácností	33,21%	38,89%	48,63%	53,69%	56,55%	59,84%

Zdroj: Český statistický úřad – vlastní výpočty

Z výše uvedené tabulky je zřejmé, že se stále zvyšuje podíl celkové zadluženosti domácností na jejich celkovém disponibilním důchodu, tempo růstu se však postupně snižuje. Tento fakt si lze vysvětlit určitou opatrností tuzemských domácností zejména v době největšího působení ekonomické krize (tj. roky 2008 a 2009). Přesto je míra čisté zadluženosti poměrně vysoká (v roce 2010 na jednu korunu čistého disponibilního důchodu domácností připadá téměř šedesát haléřů dluhu).

Zaměříme-li se na poskytovatele úvěrových služeb, lze subjekty rozdělit na bankovní a nebankovní. Mezi bankovní lze zařadit veškeré obchodní banky, mezi nebankovní subjekty lze zařadit společnosti jako Home Credit a.s., Essox s.r.o. apod., které poskytují zejména spotřebitelské úvěry, leasingové financování, ale i další finanční služby.

Graf 3: Skladba celkové zadluženosti z hlediska poskytovatele (v mil. Kč)



Zdroj: Česká národní banka – vlastní zpracování

Z výše uvedeného grafu je zřejmé, že zadluženost tuzemských domácností u bankovních subjektů neustále roste, ale tempo růstu je klesající. Zadluženost tuzemských domácností u nebankovních subjektů rostla do roku 2008, od roku 2009 začíná klesat. Lze se domnívat, že na vývoj zadluženosti domácností u nebankovních subjektů měla vliv ekonomická krize. Významným rokem ve vývoji zadluženosti jak u bankovních, tak i nebankovních subjektů, byl rok 2009. Od tohoto roku se začíná snižovat tempo růstu zadluženosti u bankovních subjektů a zároveň začíná klesat zadluženost domácností u nebankovních subjektů.

S rostoucí zadlužeností se zvyšuje také procento nesplacených úvěrů, tzv. úvěrů se selháním. Toto procento je vyšší u nebankovních subjektů (v roce 2011 činila výše nesplacených úvěrů téměř 9 % z objemu celkových nebankovních subjektů).

Tabulka 3: Vývoj nesplacených úvěrů (v mil. Kč)

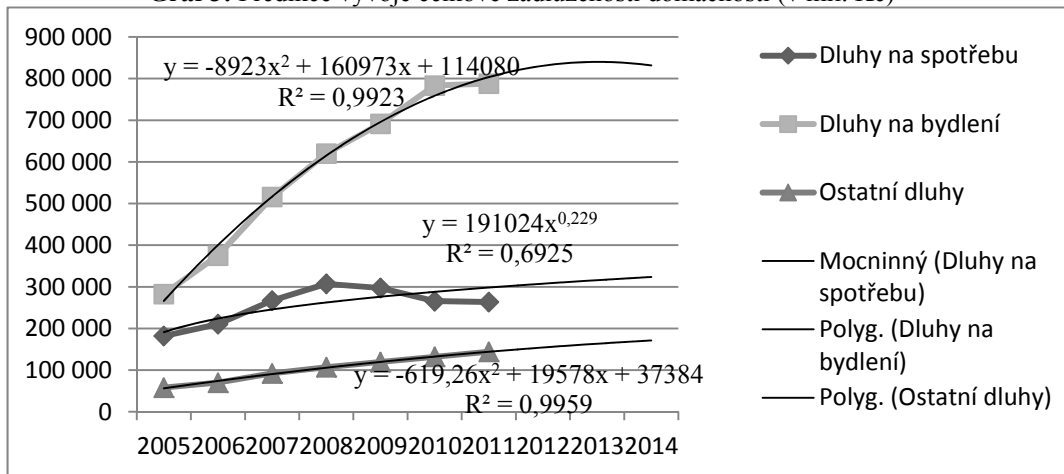
ROK	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Výše úvěrů se selháním	15 881	17 571	21 131	25 556	38 618	53 313	54 295
Celkové úvěry	522 808	655 437	875 332	1 034 228	1 108 504	1 181 161	1 195 517
Podíl úvěrů se selháním na celkové výši úvěrů	3,038%	2,681%	2,414%	2,471%	3,484%	4,514%	4,542%

Zdroj: Česká národní banka – vlastní zpracování

I v tomto případě je nutné poznamenat, že zlomovým rokem ve vývoji tohoto ukazatele je rok 2009, kdy došlo k nárůstu podílu nesplacených úvěrů na celkovém objemu úvěrů u tuzemských bank.

Budoucí vývoj zadluženosti domácností v České republice

V následující části bude, s pomocí softwaru, odhadnut budoucí vývoj celkové zadluženosti (včetně jednotlivých složek zadluženosti z účelového hlediska, tj. úvěry na spotřebu, bydlení a ostatní dluhy) domácností na tři roky.

Graf 3: Predikce vývoje celkové zadluženosti domácností (v mil. Kč)

Zdroj: vlastní práce

Pro predikci budoucího vývoje jednotlivých složek celkové zadluženosti byla použita jednoduchá regresní funkce s trendy, u kterých je hodnota koeficientu spolehlivosti ve všech případech nejvyšší (v případě dluhů na bydlení a ostatních dluhů se jedná o polynomický trend, u dluhů na spotřebu se jedná o mocninný trend, hodnota koeficientu spolehlivosti je v tomto případě pouze 0,7). V následující tabulce je nastíněn číselný vývoj jednotlivých zkoumaných veličin.

Tabulka 3: Predikce budoucího vývoje celkové zadluženosti tuzemských domácností (v mil. Kč)

ROK	2012	2013	2014
Dluhy na spotřebu	307 535	315 943	323 659
Dluhy na bydlení	830 312	840 074	831 510
Ostatní dluhy	154 375	163 426	171 238
Celková zadluženost	1 292 222	1 319 443	1 326 407
Tempo růstu celkové zadluženosti	8,09%	2,11%	0,53%

Zdroj: vlastní výpočty

Z výše uvedené tabulky je zřejmé, že celková zadluženost tuzemských domácností bude i nadále růst, ale tempo růstu bude i nadále klesat. Podle nejnovějších prognóz předních ekonomických odborníků bude česká ekonomika růst nejdříve v roce 2014 [7], proto je pravděpodobné, že tempo růstu zadluženosti tuzemských domácností bude do tohoto roku i nadále klesat.

Je jasné, že stále rostoucí vývoj zadluženosti tuzemských domácností je vhodné určitým způsobem usměrňovat. V první řadě je žádoucí zajistit důsledné vzdělávání v oblasti finanční gramotnosti již od základní školy. V České republice je stále celá

řada obyvatel finančně negramotná. Informace o finanční gramotnosti by měly být zaměřeny zejména na obyvatele s nízkými příjmy, kteří mají nejčastěji sklon se zadlužit. Dalším krokem je vytvořit a implementovat funkční legislativní předpisy, které budou dávat, zejména nebankovním poskytovatelům úvěrů, povinnost důsledně prověřit solventnost klientů před poskytnutím úvěru. S předchozím tvrzením souvisí také neustálé monitorování situace na úvěrovém trhu a z toho vyplývající neustálé zkvalitňování právních norem týkajících se spotřebitelských smluv, reklamy na úvěrové produkty apod. V neposlední řadě je nutné zabezpečit též účinný dohled a kontrolu nad činností subjektů, které poskytují úvěry domácnostem.

Závěr

Z uvedené analýzy zadluženosti tuzemských domácností vyplývá, že roky 2008 a 2009 byly ve vývoji této problematiky opravdu zlomové. Zadluženost domácností v České republice neustále roste, ale zatímco do roku 2008 se tempo růstu zvyšovalo, od roku 2009 je trend opačný. Tento fakt může být vysvětlen tím, že v roce 2009 se plně projevily důsledky ekonomické krize na hospodaření tuzemských domácností (snížení příjmů, zvýšení nezaměstnanosti, pokles úspor apod.). Bohužel od roku 2009 se zvyšuje objem nesplacených úvěrů, tzv. úvěrů se selháním, které u nebankovních společností představují až 9 % celkových poskytnutých úvěrů. Na základě provedené predikce vývoje celkové zadluženosti tuzemských domácností lze konstatovat, že zadluženost dále poroste, ale tempo růstu se bude i nadále snižovat.

zvýšení nezaměstnanosti, pokles úspor apod.). Bohužel od roku 2009 se zvyšuje objem nesplacených úvěrů, tzv. úvěrů se selháním, které u nebankovních společností představují až 9 % celkových poskytnutých úvěrů. Na základě provedené predikce vývoje celkové zadluženosti tuzemských domácností lze konstatovat, že zadluženost dále poroste, ale tempo růstu se bude i nadále snižovat.

Literatura

- [1] Česká národní banka: ARAD - systém časových řad. [online]. 2012. [cit. 2012-04-17]. Dostupné z: <http://www.cnb.cz/docs/ARADY/HTML/index.htm>
- [2] DAVIES, H. The financial crisis. Cambridge : Polity Press. 1. vyd. 232 s. ISBN 13-978-0-7456-5163-7.
- [3] DUBSKÁ, D. 2011. České domácnosti: dopady krize na hospodaření s penězi [online]. 2011 [cit. 2011-09-18]. Dostupné z <http://czso.cz/csu/csu.nsf/ainformace/7807003AE7EB>
- [4] ZAMRAZILOVÁ, Eva. Zadlužení českých domácností je nízké, hrozí ale sociální problém [online]. 25.11.2011 [cit. 2012-04-17]. Dostupné z: <http://byznys.ihned.cz/c1-53816650-zamrazilova-z-cnb-zadluzeni-ceskych-domacnosti-je-nizke-hrozi-ale-socialni-problem>

- [5] ARTL, Josef, ARTLOVÁ, Markéta a ROUBÍKOVÁ, Eva. Analýza ekonomických časových řad s příklady. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze, 2002, 147 s. Dostupné z: <http://nb.vse.cz/~arltova/vyuka/crsbir02.pdf>
- [6] Český statistický úřad. [online]. 2012. [cit. 2012-08-20]. Dostupné z: <http://www.czso.cz>
- [7] Česká národní banka: Ekonomika se rozjede až v roce 2014. [online]. 2012. [cit. 2012-08-20]. Dostupné z: http://www.cnb.cz/cs/verejnost/pro_media/clanky_rozhovory/media_2012/cl_12_120816_holub_ekonom.html

The Impact of Economic Crisis on the Households' Indebtedness Development in the Czech Republic

Abstract

This paper deals with the household indebtedness development in the Czech Republic. The aim of this paper is to analyze the domestic households' debt in recent years (2005–2011), with a particular emphasis on the economic crisis impacts on its growth and also to outline its future development. The analysis shows that households' debt continues to grow, but the economic crisis decreased the growth rate. The structure of the total indebtedness has changed a lot. There is an increasing proportion of long-term debt (with maturity over five years), especially housing debts. With the growth of total households' debt are growing also the volume of non-performing loans. Based on the prediction of domestic households' indebtedness is clear that the total amount of indebtedness will continue to increase, but the growth rate will continue to decline.

Key words

Debt, households, economic crisis, non-performing loans, the growth rate.

Kontaktní údaje

Ing. Lukáš Kučera

Vysoká škola technická a ekonomická v Českých Budějovicích

Katedra ekonomiky a managementu

Okružní 517/10

370 01 České Budějovice

Česká republika

Tel: +420 387 842 154

E-mail: kucera@mail.vstecb.cz

Ing. Gabriela Švejdová

Vysoká škola technická a ekonomická v Českých Budějovicích

Katedra ekonomiky a managementu

Okružní 517/10

370 01 České Budějovice

Česká republika

Tel: +420 387 842 154

E-mail: svejdova@mail.vstecb.cz

LOGOS POLYTECHNIKOS

Odborný recenzovaný časopis Vysoké školy polytechnické Jihlava, který svým obsahem reflektuje zaměření studijních programů VŠPJ. Tematicky je zaměřen do oblastí společenskovedních a technických. Jednotlivá čísla jsou úžeji vymezená.

Časopis vychází 4x ročně v nákladu 150 výtisků

Šéfredaktor: doc. PhDr. Martin Hemelík, Ph.D.

Odpovědní redaktoři tohoto čísla:

Ing. Martina Kuncová, Ph.D.

RNDr. Radek Stolín, Ph.D.

Editor: Bc. Magda Malenová (komunikace s autory a recenzenty)

Technické zpracování: Petr Ház

Web editor: Jitka Kalabusová

Redakční rada:

doc. PhDr. Ladislav Benyovszky, CSc., prof. PhDr. Ivan Blecha, CSc.,

doc. Mgr. Ing. Martin Dlouhý, Dr., prof. Ing. Tomáš Dostál, DrSc.,

Ing. Jiří Dušek, Ph.D., prof. RNDr. Ivan Holoubek, CSc., Mgr. Petr Chládek, Ph.D.,

prof. PhDr. Ivo Jirásek, Ph.D., prof. Ing. Bohumil Minařík, CSc.,

doc. PhDr. Ján Pavlík, doc. PhDr. Karel Pstružina, CSc.,

prof. MUDr. Aleš Roztočil, CSc., prof. Ing. Jan Váchal, CSc.

Pokyny pro autory a deklarovaná forma příspěvků jsou dostupné na <https://www.vspj.cz/tvurci-cinnost/casopisy-vspj/logos-polytechnikos>

Zasílání příspěvků

Redakce přijímá příspěvky v českém, slovenském nebo světovém jazyce elektronicky na adrese logos@vspj.cz

Adresa redakce:

Vysoká škola polytechnická Jihlava, Tolstého 16, 586 01 Jihlava

Distribuce: časopis je dostupný v elektronické podobě na webových stránkách školy. V omezeném množství jej lze vyžádat zdarma na adrese redakce.

"

Vydání: září 2012

© Vysoká škola polytechnická Jihlava

RECENZENTI ČÍSLA 3/2012

(DO ELEKTRONICKÉHO VYDÁNÍ DOPLNĚNO 15. 3. 2016)

Ing. Zuzana Fígllová, PhD. (Vysoká škola ekonomická v Praze)
doc. Ing. Milan Houška, Ph.D. (Česká zemědělská univerzita v Praze)
Ing. Stanislav Klazar, Ph.D. (Vysoká škola ekonomická v Praze)
prof. Ing. RNDr. Jan Kodera, CSc. (Vysoká škola ekonomická v Praze)
Ing. Tomáš Pavelka, Ph.D. (Vysoká škola ekonomická v Praze)
prof. RNDr. Jaroslav Ramík, CSc. (Slezská univerzita v Opavě)
doc. Ing. Jan Sucháček (Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava)
Ing. Tereza Šimová, PhD. (Vysoká škola ekonomická v Praze)
Doc. RNDr. Jan Troják, CSc. (Česká zemědělská univerzita v Praze)
Ing. Růžena Vintrová, DrSc. (Vysoká škola ekonomie a managementu)
RNDr. Jan Vondra, Ph.D. (Masarykova univerzita v Brně)
Ing. Ondřej Žižlavský, Ph.D. (Vysoké učení technické v Brně)