

2016

ROČNÍK 7

ČÍSLO 4

# LOGOS POLYTECHNIKOS

V Š P

J

Vysoká škola  
polytechnická  
Jihlava

## VÁŽENÉ ČTENÁŘKY, VÁŽENÍ ČTENÁŘI,

poslední číslo sedmého ročníku časopisu LOGOS POLYTECHNIKOS, které právě dostáváte do ruky, je tradičně zaměřeno na články z informatiky, matematických disciplín a jazykovědy. Většina příspěvků je tentokrát zaměřena na různé analýzy (Wie die Migration in Deutschland die deutsche Sprache verändert, Regionální analýza disperze v krajích ČR, Development of Apps for Sports Wearables Devices – Suunto, Garmin, Recon), případně na řešení praktických problémů (Creating a Course of Professional English for a New Degree Programme of Engineering for Industry, Why and How to Write Abstracts). Nicméně tento časopis je otevřený také publikování příspěvků s čistě teoretickým obsahem (On Hardy Inequalities Involving Derivatives of Order  $\lambda \in (0,1]$ ). Zde se hodí připomenout jednoho z nejvýznamnějších britských matematiků G. H. Hardyho, od jehož narození příští rok uplyne 240 let (narodil se 7. února 1877). Tento vědec si na rozdíl od většiny svých britských kolegů liboval v tom, že dělá čistě teoretickou matematiku, která nemůže mít žádné aplikace. Později se ukázalo, že se mylil. Kromě Hardyho nerovnosti, které je věnován jeden z článků tohoto čísla, stačí jmenovat např. známý Hardyho-Weinbergův princip, který našel významné uplatnění v populační genetice, nebo Hardyho-Ramanujanův asymptotický vzorec týkající se rozkladů celých čísel na součty, který má významné aplikace ve fyzice (v souvislosti s posledním výsledkem bych případně zájemce rád upozornil na britský celovečerní film „Muž, který poznal nekonečno“ z roku 2015, viz např. <http://www.csfd.cz/film/388643-muz-který-poznal-nekonecno/prehled>, o geniálním indickém matematickém talentu Ramanujanovi a jeho spolupráci s Hardym). Podobné příklady, které lze jistě nalézt i v jiných vědních oborech než jen v matematice, svědčí o tom, že věda je jen jedna a nelze oddělovat tzv. čistou vědu od vědy aplikované. Všichni přispěvatelé i čtenáři periodika LOGOS POLYTECHNIKOS se mnou jistě budou souhlasit, že je dobré, že toto periodikum existuje a slouží k aktivní výměně informací z různých oblastí vědy a výzkumu.

**doc. RNDr. Petr Gurka, CSc.**

katedra matematiky

Vysoká škola polytechnická Jihlava

# OBSAH / CONTENTS

---

4

## WHY AND HOW TO WRITE ABSTRACTS

PROČ A JAK PSÁT ABSTRAKTY

Mgr. Martina Benešová, Ph.D., Ing. Miloslav Reiterman

15

## WIE DIE MIGRATION IN DEUTSCHLAND DIE DEUTSCHE SPRACHE VERÄNDERT

JAK MIGRACE V NĚMECKU MĚNÍ NĚMECKÝ JAZYK

Mgr. Ivana Brychtová

22

## CREATING A COURSE OF PROFESSIONAL ENGLISH FOR A NEW DEGREE

### PROGRAMME OF ENGINEERING FOR INDUSTRY

TVORBA KURZU ANGLICKÉHO JAZYKA PRO NOVÝ OBOR APLIKOVANÁ TECHNIKA PRO PRŮMYSLOVOU PRAXI

Mgr. Zdeňka Dostálová

34

## REGIONÁLNÍ ANALÝZA DISPARIT V KRAJÍCH ČR

REGIONAL ANALYSIS OF DISPARITIES IN THE CZECH REPUBLIC REGIONS

Ing. Libuše Měrtlová, Ph.D., Mgr. Martin Prokop

57

## DEVELOPMENT OF APPS FOR SPORTS WEARABLES DEVICES – SUUNTO, GARMIN, RECON

VÝVOJ APLIKACÍ PRO SPORTOVNÍ WEARABLES ZAŘÍZENÍ – SUUNTO, GARMIN, RECON

Ing. Marek Musil, PaedDr. František Smrčka, Ph.D., Ing. Jakub Novotný, Ph.D.

71

## ON HARDY INEQUALITIES INVOLVING DERIVATIVES OF ORDER $\lambda \in (0, 1]$

O HARDYHO NEROVNOSTECH OBSAHUJÍCÍCH DERIVACE  $\lambda \in (0, 1]$

doc. RNDr. Petr Gurka, CSc.

# WHY AND HOW TO WRITE ABSTRACTS

MARTINA BENEŠOVÁ  
MILOSLAV REITERMAN  
COLLEGE OF POLYTECHNICS  
JIHLAVA

## ABSTRACT

Vast majority of pieces of academic works is accompanied with an abstract, which is a short text providing a reader with an overview of the core text content and methodological apparatus. The form of an abstract has to follow certain rules; they are enunciated by the International ISO Standard, i.e. the abstract scope, content, structure, language tools to be used. In this contribution, the methodology of abstract writing is presented together with an outline of English vocabulary which can be employed in academic, scientific and research texts. The contribution summarizes the methodology for any scientific novices as well as for those who understand the difference between the general and academic language and want to utilize the knowledge successfully in practice.

## KEYWORDS:

academic language, abstract,  
annotation, ISO norms

## INTRODUCTION AND DEFINITIONS

Writing any academic thesis/work, scientific and professional articles or any in-depth analysis is to be in accordance with particular norms or standards and with regulations of particular institutions. In the Czech Republic, it is with ČSN ISO 214 Documentation – Abstracts for publications and documentation, which is the Czech version of the International Standard ISO 214:1976 having, therefore, the status of a Czech standard (c.f. [1]).

For academic purposes, the community of the current science, research and scholarship utilizes so called academic language. In this contribution, we will attempt to assist students and academic staff members to acquaint academic English for its being a universal tool of scientific communication throughout the whole world. E.g. in [3], academic English is understood as such a kind of the English language which is utilized by the educated, scientists, professionals, researchers and other academic staff members for their work and communication. Academic English is nearly an artificial language which in many aspects resembles Medieval Latin.

According to [1], the growth of the number of professional, scientific, technical and other information and educational documents highlights the importance of swift and accurate identification of the content of every document. It is significant for primary document readers as well as for secondary service users. This turns smoother if the primary document is equipped with an apt title and a well-elaborated abstract.

[2] states that “the term *abstract* signifies a brief, objective representation of the contents of a primary document or an oral presentation. A well-prepared abstract enables readers (a) to identify the basic content of a document quickly, (b) to determine its relevance to their interests, and thus (c) to decide whether they need to read the document in its entirety. The abstract may facilitate a closer reading of the primary document by providing an introductory overview of its topic or argument, or, for readers to whom the document is of marginal interest, the abstract may provide enough information to make a reading of the full document unnecessary. Abstracts also may render the primary content of a document in another language accessible in the language of the abstract. An abstract also facilitates free-text searching in an electronic environment and supports the application of controlled indexing vocabularies in access services. Since abstracts originally intended to accompany a primary publication may also be used by access services, these objectives should be considered from the outset.” It does not necessarily have to be written by the author of the primary document, and it is presented without the writer’s own interpretation or evaluation, and without the abstract authorship attribution.

Abstracts are purely descriptive summaries often found at the beginning of the above mentioned scholarly works. In a journal, it should be placed at the beginning, between the text title and the beginning of the text. In a separate document, it should be placed between the title page and the beginning of the document.

It is a reduced text which without any additional or evaluative information characterizes the content of the work. Its basic features are appropriateness, clearness, conciseness, accuracy, objectivity and readability. It presents briefly the work content; it defines the work aims, methodological procedure, results and conclusions. It should be brief and contain only the information included in the document; its length is recommended to be maximum 500 words, in articles or parts of monographs maximum 250 words, in notes and short reports up to 100 words; in any case, it should fit on a single page. In academic theses/works, it should be in two language mutations. It is supported and supplied with key words.

Abstracts should be included with every journal article, essay and discussion; every independently published research and technical report, brochure or dissertation. “A single comprehensive abstract should be included in every monograph, book, or proceedings... if the volume deals with a homogeneous subject, but separate abstracts are also necessary for each chapter or section if the volume covers different topics or is a collection of articles by different authors, for example, the proceedings of a meeting or symposium,” c.f. [2].

There are generally two basic types of abstracts: informative and indicative. They reflect the mode or perspective in which they are written. [2] enunciates that “in the informative mode, the original document is condensed, reflecting its tone and content. An abstract written in the indicative mode describes rather than paraphrases the original document and its contents.”

Abstracts should not be confused with annotations. Annotations are “brief explanations of a document or its contents, usually added as a note to clarify a title,” c.f. [2]. They are descriptive and critical. They include an important aspect of content not evident in the title. It enables the researcher/reader to establish the relevance of the subject matter and to decide whether or not to read the full material. They expose the author’s point of view, clarity and appropriateness of expression and authority. Their aim is above all to inform about the work topic, the author, orientation, scientific or artistic work value. Unlike the abstract, they do not contain used methods and the results. They can be explanatory or referential and contain the information taken over from other documents. Their function is above all signal (it draws the attention to the existence of the annotated document). Their length ranges between 5–10 lines.

## USEFUL EXPRESSIONS APPLICABLE THROUGHOUT THE WHOLE ABSTRACT OR ANNOTATION

Writing an academic text inevitably calls for employing appropriate linguistic instruments so that the required impact and wording can be evoked. The author has to consider using such instruments on all the linguistics levels. Among the main features of academic English, there are: Being usually formal in tone and impersonal in style. In case of the syntactic level, passive is hugely recommended in English; it avoids contractions and shortened verbal forms. Lexically, it avoids personal pronouns, such as *I, me, you, your*; avoids phrasal verbs if possible. Semantically, it tends to employ a cautious way of presenting and explaining findings, using expressions such as *may, it is possible that, could*, may use specialized vocabulary; frequent use of expressions more closely determining quality of described phenomena; inclusion of explanatory appendices; impersonally dry speech etc.

In the following Tables 1 and 2, we present samples of lexical instruments which can be well utilized not only when writing an abstract/annotation, but generally in all scholarly works. The vocabulary was gathered by authors during their professional life and practice.

**Table 1:** Examples of useful verbs to be utilized in academic texts

Useful verbs			
to account for	to cover	to highlight	to provide information about, on /insight in/ outlook for, on/overview of/view of
to analyse	to criticise	to hypothesise	to question
to argue	to deal with	to identify	to quote
to assert	to dedicate	to illustrate	to recapitulate
to assess/evaluate	to defend	to imply	to recognise
to assume	to define	to indicate	to refer to
to brainstorm	to demonstrate	to inform about	to reflect
to cause	to depict	to intend	to relate to
to centre on	to describe	to investigate	to report
to characterise	to determine	to involve in	to result in
to claim	to discuss	to judge	to review
to clarify	to display	to justify	to sequence
to compare	to distinguish	to lead to	to show
to compile	to divide into	to list	to speculate
to comprehend	to elaborate	to look (closely/briefly/ shortly) at	to state

to concentrate on	to emphasise/ highlight/ stress/ underline	to measure	to summarise/conclude
to conclude	to examine	to modify	to trace (to)
to conduct	to exemplify	to narrate	to undertake
to consider	to exhibit	to pay/devote/get/ grab/gain/draw attention to	to utilize
to contain	to explain	to persuade	to verify
to contradict	to explore	to present	
to convey	to frame	to propose/suggest	

**Table 2:** Examples of useful nouns to be utilized in academic texts

Useful nouns			
effect	context (broad)	importance of	role
analysis, pl. analyses (complex)	criticism/critique	information (needed/ useful/ efficient/ required)	simplification
appearance of	definition	interaction	strategy
approach (principle)	development	manner (critical)	structure
area	difference (striking)	method	summary/conclusion
argument	discrepancy	necessity	technique
aspect	division	objective/aim/target	topic
bachelor thesis	elaboration	origin	utility
case	example	part (inseparable)	view
change	experience	principle of	way to/of
characteristic	function	problem/concern	
comparison	grounding	purpose	
conception (basic)	history	recommendation	
content of	impact on/of	result	
contents (= list of headings)	implementation	review	

## EXAMPLE PHRASES WITH A HIGHLIGHT ON WRITING AN ACADEMIC THESIS/ABSTRACT/ANNOTATION

**S**equencing any academic text as well as an abstract is more or less uniform, i.e. texts are subdivided into the introduction, methods and methodology, body, results and conclusion. In the following section, we present example phrases and templates to be used in particular sections of an academic text.

## INTRODUCTION

The bachelor thesis clarifies the current approaches to ...  
I have attempted to focus on five areas connected with ...  
This bachelor thesis familiarises with ...  
This bachelor thesis explores the aims and characteristics of ....  
The bachelor thesis deals with several definitions of the term ...  
The bachelor thesis deals with discrepancies between the theory of ... and the practice presented in ...  
The bachelor thesis characterises the situation of ...  
The aim of this bachelor thesis is to compare ... and ... in the field of ..., and to characterise the way... are treated in the CR.  
The aim of this bachelor thesis is to assess ...  
The aim of this bachelor thesis is to provide ...  
In the bachelor thesis, I concentrate my attention on the role of ...  
In this bachelor thesis, I have tried to present ...  
This bachelor thesis provides information about/on ...  
The bachelor thesis informs about ...  
This bachelor thesis looks more closely at ...  
The topic which I chose/I have chosen for my bachelor thesis is called ...  
The objective of my bachelor thesis is to show and to compare differences between ...  
The content of my bachelor thesis is structured into 4 parts.  
The bachelor thesis gives a comprehensive view of ...  
In my bachelor thesis, I would like to acquaint the public with ...  
I chose/have chosen... as the theme of bachelor thesis because ...  
The bachelor thesis summarises the most important rules in/of ...  
The bachelor thesis in its first section is centred on some aspects of ...  
The evidence indicates that ...  
The author identifies three reasons for ...  
The thesis assesses the effect of ...  
The thesis questions the view that ...

## BODY/SEQUENCING

The first, more general part of the bachelor thesis deals with ...  
The first part concentrates on ... of the company where I went through my practical training.  
The first part explains the thorough grounding and information needed to comprehend ...  
The second part is centred on ...  
The second part discusses the role and function of ... and lists the individual categories.  
The second part defines basic conception and principles of ...  
The second part verifies real results of activities of the company and compares them with

theoretical principles.

The second part involves ...

In the second part, I concentrate on the comparison of ... and ...

Two types of interaction are clarified ...

The importance of ... is emphasised.

The positive effect of ... focusing on ... is highlighted and examples given.

... should become an inseparable part of ...

Several conclusions are clarified, including ...

Examples of five ... techniques are given.

The principal approaches to ... are described in a critical manner.

The necessity to utilize sth is highlighted.

Furthermore, the origin of ... is traced and the development of different types of ... is described.

Changes in ... are displayed in a broad context of the impact of related sciences.

For the purpose of simplification, the appearance of ... is sequenced chronologically.

Also ... is demonstrated.

One part dealing with strategy of ... presents various kinds of questions related to ...

Some recommendations to ... are also provided.

The striking difference between ... has been shown.

In accordance with ..., these ... items have very important functions.

Special attention is paid to ...

At first, the cases which cause the biggest difficulties are mentioned, then there are quoted opinions on ...

Since it is not possible to cover every aspect of this discipline, we have chosen the topics which we consider to be crucial for ...

At this stage, we concentrate mainly on topics of ...

It also devotes attention to the structure of ...

The other part of the article focuses on ...

Two main types of ... are described.

Different examples from ... are given.

Practical examples demonstrating various ways of ... implementation are presented.

It gives a short ...

In the bachelor thesis, I tried to consider ...

It is intended for ...

The complex analysis leads to a conclusion that ...

This part contains a bit of history and ...

With respect to the methods used while working on my bachelor thesis, its contents is divided into 3 parts.

My practical training and also elaboration of my bachelor thesis have provided me with a lot of interesting information and experience which I may use in my future life and perhaps in my professional growth too.

The last chapters are dedicated to ...

Chapter 3 concerns itself with ...

At the end of the thesis, I, in the end, arrived at the inevitable conclusion that ...

## CONCLUSION

to come to the conclusion that

to draw conclusions from sth

inescapable conclusion

in conclusion

to arrive at a conclusion (These conclusions were arrived at on the basis ...)

by way of conclusion

to implement conclusions

in conclusion

to draw wrong conclusions

to conclude/draw a conclusion

to conclude from the evidence that

The conclusion refers to differences ...

The seventh chapter is the conclusion where all information about/on ... is summed up.

I have concluded with some suggestions for the effective use of some activities ...

The final part of the bachelor thesis analyses ...

For other useful words and phrases, see e.g. [4].

## COMMON MISTAKES

Finally, we would like to highlight some common mistakes to assist authors in avoiding them. We picked the most frequent ones and supported them with a few examples.

### **Articles**

Abstracts and annotations are regular texts; there is no reason not to use articles. Mind using articles with proper, uncountable nouns, abstracts etc.

***The final part of the bachelor thesis analyses ...***

***The complex analysis leads to a conclusion that ...***

***The water in the Black Sea is polluted.***

### **Gerund vs. noun**

Compare:

*... it contains analysing the costs ...*

*... it contains the analysis of the costs ...*

*... it contains the analysing of the costs ...*

## **Commas**

Mind the use of commas in English, e.g.:

*Furthermore, the origin of ... is traced ...*

*At first, the cases which cause the biggest difficulties are mentioned, then there are quoted opinions on ...*

*The first, more general part of the bachelor thesis ...*

*...the results are gathered, analysed, and interpreted ...*

*Besides, these conclusions were arrived at ...*

*These conclusions, however, were arrived at ...*

## **Parrot fever**

Make sure you do not repeat the same expression unnecessarily; consider using synonyms instead.

*...The first part deals with... .The final part deals with... .*

(to be replaced e.g. with: ... *The first part concentrates on ... . The final part contains... .etc.*)

## **Capitals**

When writing the title of a monograph in English, **all** words (excluding articles and prepositions) are written with capital letters at the beginning:

**Discrimination against Women in the Labour Market**

## **Paragraphs**

If appropriate, each component of the abstract (and annotation) can be written in an individual paragraph (introduction/problem statement, methods, results, and conclusion).

## **KEY WORDS**

**K**ey words are the most important and the most significant words or phrases according to which the work can be filed or looked up in a certain scientific field. They should correspond to the thesaurus (the dictionary of synonyms) of a particular scientific field and express given problems of the academic thesis/work. They should be listed hierarchically or according to the work content. There are usually 3–8 words.

## **CONCLUSION**

**W**hen an author intends to open the results of his/her academic research publicly, i.e. he/she comes with a valid academic content, he/she has to understand, at the same time, that the content has to meet certain criteria concerning its form. In our contribution, we attempted to deliver the methodology as well as useful instruments for shaping the content into the form. The methodology requires the text to reflect particular stages of the research, i.e. it incorporates above all the introduction,

methodology, instruments, description of the research, results and conclusion. Among the instruments most typically used, there are passive voice and certain lexicological units, a few of which we presented in our contribution.

## POUŽITÉ ZDROJE

- [1] ČSN ISO 214. *Dokumenty: Abstrakty pro publikace a dokumentaci*. Praha: Český normalizační institut, 2001.
- [2] ANSI/NISO Z39.14-1997 (R2009). *Guidelines for Abstracts*. Baltimore: National Information Standards Organization, 2010.
- [3] ŠTĚPÁNEK, Libor, de HAAFF, Janice. *Akademická angličtina: Academic English: Průvodce anglickým jazykem pro studenty, akademiky a vědce*. Praha: Grada, 2011. ISBN 978-80-247-3577-1.
- [4] MCCARTHY, Michael a Felicity O'DELL. *Academic Vocabulary in Use*. Oxford: Oxford University Press, 2008.

# PROČ A JAK PSÁT ABSTRAKTY



## ABSTRAKT

Velké množství akademických prací je doplněno abstraktem, což je krátký text, který čtenáři poskytuje náhled na jádrový text, jeho obsah a využitý aparát. Abstrakty musí splňovat určitá pravidla, která jsou formulována mezinárodní ISO normou; pravidla se týkají rozsahu abstraktu, jeho obsahu, struktury a jazykových prostředků, které mohou být využívány. V tomto příspěvku je prezentována metodologie využitelná při psaní abstraktů stejně tak jako výběr specifické slovní zásoby, která se používá při psaní akademických, vědeckých a výzkumných textů. Příspěvek shrnuje tuto metodologii pro akademické začátečníky stejně tak jako pro ty, kteří chápou rozdíl mezi obecným a akademickým jazykem a chtějí tuto znalost úspěšně uplatnit v praxi.

## KONTAKTNÍ ÚDAJE:

Mgr. Martina Benešová, Ph.D.  
Vysoká škola polytechnická Jihlava  
katedra jazyků  
Tolstého 16  
586 01 Jihlava  
e-mail: martina.benesova@vspj.cz

Ing. Miloslav Reiterman  
Vysoká škola polytechnická Jihlava  
katedra jazyků  
Tolstého 16  
586 01 Jihlava  
e-mail: miloslav.reiterman@vspj.cz

## KLÍČOVÁ SLOVA:

akademický jazyk, abstrakt, anotace, ISO normy

# WIE DIE MIGRATION IN DEUTSCHLAND DIE DEUTSCHE SPRACHE VERÄNDERT

## ABSTRACT

In meinem Beitrag beschäftige ich mich mit der Problematik der Migration in Deutschland und mit ihren Auswirkungen auf die deutsche Sprache.

Die meisten Flüchtlinge, die zum Europa zielen, wollen in Deutschland leben. Dieser Flüchtlingsstrom hat zahlreiche Probleme mitgebracht, unter anderem auch Sprachprobleme. Flüchtlinge stammen aus verschiedenen Ländern und sind nicht im Stande, sich nicht nur mit deutschen Behörden, sondern auch untereinander zu verständigen. Deutsch zu lernen, bedeutet für sie ein langfristiger und komplizierter Prozess. Aber gerade die Beherrschung der deutschen Sprache ist die notwendigste und wichtigste Voraussetzung für die gelingende Integration. Mit den gewonnenen Sprachkenntnissen hätten die Neuankömmlinge den besseren Zugang zu Bildung, Arbeitsmarkt und Behörden.

Deshalb werden für sie schnelle und effektive Deutschkurse veranstaltet, die nicht mehr so stark auf den grammatischen Regeln basieren. Was früher als Fehler betrachtet wurde, wird nicht mehr korrigiert. Damit kommt zur Beeinflussung der deutschen Sprache, die verkürzt und vereinfacht wird. Darüber hinaus bringt die gegenwärtige Sprachvielfalt in die deutsche Sprache neue Wortbildungen und Formulierungen.

IVANA BRYCHTOVÁ  
VYSOKÁ ŠKOLA POLYTECHNICKÁ  
JIHLAVA

## SCHLÜSSELWÖRTER:

Migration, Flüchtlinge, Sprache,  
Integration, Vereinfachung

## FLÜCHTLINGE IN DEUTSCHLAND

Zurzeit sind über 60 Millionen Menschen weltweit auf der Flucht – das besagen die Statistiken des UN-Flüchtlingshilfswerks UNHCR. [1] Es sind Menschen, die vor Bürgerkriegen fliehen, vertrieben wurden oder der Armut entkommen wollen. Seit dem Zweiten Weltkrieg waren noch nie so viele Menschen gleichzeitig auf der Flucht.

Die meisten Flüchtlinge bleiben innerhalb ihrer Heimat oder fliehen in die Nachbarländer. Hunderttausende machen sich aber auch auf den Weg nach Europa, dabei sind Deutschland mit Schweden die beliebtesten Ziele der Flüchtlinge.

Bis Ende 2015 sind mehr als eine Million Flüchtlinge in Deutschland eingetroffen. Das waren etwa fünfmal so viele wie im Jahr 2014. Im ersten Halbjahr 2016 wurden 222 000 Flüchtlinge registriert. Die größte Gruppe der Flüchtlinge stammt aus Syrien, auf Rang zwei und drei kamen Albanien und Kosovo, gefolgt von Afghanistan und dem Irak. [2]

Mit diesen Zahlen hatte niemand gerechnet. Der Flüchtlingsstrom hat Deutschland unvorbereitet getroffen und zahlreiche Probleme mitgebracht. Zu nennen sind Angriffe in der Silvesternacht 2015/2016 in Köln, Hamburg, Stuttgart, in einer Regionalbahn bei Würzburg und in Ansbach im Juli 2016, steigende Kriminalität von Migranten, finanzielle und Unterkunftsprobleme, Probleme mit Asylanträgen und schließlich die Integrations- und Sprachprobleme. Gerade dem letzten Problem möchte ich mich widmen.

## SPRACHE UND INTEGRATION

Die Sprache ist eine sehr notwendige und wichtige Voraussetzung für gelingende Integration, ohne Sprache geht es einfach nicht. Sprache übernimmt dabei die Rolle eines alltäglichen Kommunikationsmittels, stellt eine wichtige Ressource etwa im Bereich Bildung und Arbeitsmarkt dar, symbolisiert Zusammengehörigkeit und ist verantwortlich für Ungleichheiten im Zugang zu Bildung, Einkommen, zentralen Institutionen und gesellschaftlicher Anerkennung. [10]

Integration ist ein langfristiger Prozess. Sein Ziel ist es, alle Menschen, die dauerhaft und rechtmäßig in Deutschland leben, in die Gesellschaft einzubeziehen. Zuwanderern soll eine umfassende und gleichberechtigte Teilhabe in allen gesellschaftlichen Bereichen ermöglicht werden. Sie stehen dafür in der Pflicht, Deutsch zu lernen sowie die Verfassung und die Gesetze zu kennen, zu respektieren und zu befolgen. [3]

Die Erfahrungen der Deutschen zeigen, dass sich in der Vergangenheit Muslime in Deutschland mit der Integration schwerer taten als andere Migrantengruppen. So lebt heute, 50 Jahre nach Ankunft der ersten Gastarbeiter, ein Drittel der türkischstämmigen Bevölkerung unter der Armutsgrenze. Nach Studien des niederländischen

Migrationsforschers Ruud Koopmans neigen Muslime öfter als andere Migrantengruppen dazu, unter sich zu bleiben. Sie ziehen in bestimmte Bezirke, wo sich dann Ghettos bilden. Ihnen fehlt die Bereitschaft, sich an die Kultur der neuen Heimat anzupassen. Das Gleiche gilt auch für die Sprache, weil sie sich mit der Muttersprache oder der Muttersprache ihrer Eltern verständigen. Oft auch Zeitungen und TV-Sendungen werden in der Muttersprache konsumiert. Freunde, Bekannte oder Ehepartner gehören im Regelfall derselben ethnischen Gruppe an. Auf diese Weise wird dann das Sprachproblem von einer Generation an die nächste weitergegeben. Ein Schlüsselproblem bleibt die Rolle der Frauen, die von der heute in Deutschland und Europa üblichen Einstellung abweicht. Muslimische Frauen sind weniger ausgebildet und seltener berufstätig. Damit verlieren sie oft die Gelegenheit, Kontakte mit der deutschen Bevölkerung anzuknüpfen. Wenn es nicht gelingt, dass sich gerade auch die muslimischen Frauen assimilieren, werden auch ihre Kinder nie ganz in Deutschland ankommen. So ist dann auch die Integration für die junge muslimische Generation von Beginn an erschwert. Außer diesen überdauernden Gewohnheiten fördert das deutsche Bildungssystem selbst nicht die richtige Integration. Die Kinder besuchen die Kindergärten und Schulen mit hohem Migrantenanteil und lernen somit oft nie richtig Deutsch. Bildungsstudien zeigen, dass in Klassen, in denen mehr als 40 Prozent der Schüler die deutsche Sprache nicht beherrschen, die Unterrichtsqualität extrem absackt. Die Bildungsstandards sind dann zu niedrig, als dass die Kinder mit fehlenden Fähigkeiten in der Sprache, im Schreiben und Rechnen weiter studieren oder sich auf dem Arbeitsmarkt durchsetzen könnten. [4]

## SPRACHVIELFALT DER FLÜCHTLINGE

Die neue Flüchtlingswelle verschärfte die oben genannten Probleme und dazu kommen noch weitere.

Sehr viele neue Flüchtlinge sprechen nicht nur kein Deutsch, sondern kein Arabisch. Die Flüchtlinge aus Syrien und Afghanistan benutzen Unmengen von Dialekten und können oft sogar nicht schreiben und lesen.

In Afghanistan beispielsweise gibt es offiziell 49 Sprachen, wozu das klassische Idiom des Korans jedoch gar nicht zählt. Stattdessen dominieren Sprachen wie Paschto und Dari, die von Usbekisch, Belutschisch, Turkmenisch, Nuristani und Paschais ergänzt und von indischen Dialekten beeinflusst sind. Darüber hinaus gehören sie teilweise zu unterschiedlichen Sprachfamilien. Weder über eine einheitliche Schrift oder eine Befehlssprache beim Militär noch gar über den Text der Nationalhymne hat man sich im tiefzerstrittenen Land bislang verständigen können. Das einzige einigende Band in Afghanistan ist der Islam, dem 99,9 Prozent der Bürger angehören. In dieser Hinsicht immerhin sind die Regeln aller Sprachgemeinschaften eindeutig: Wer dem Islam abschwört, kann öffentlich hingerichtet werden. Solche mittelalterlichen Sitten haben dazu geführt, dass Afghanistan eine riesige Zahl von Analphabeten aufweist. Mehr als zwei Drittel der Menschen können weder lesen

noch schreiben; bei den komplett diskriminierten Frauen sind es sogar neun von zehn. [5] Bei der großen Gruppe der Syrer sieht es hinsichtlich der Sprachen wieder anders aus. Hier ist wie im Irak wenigstens Hocharabisch als Landessprache verwendet, und viele Menschen sprechen wegen der kolonialen Verbindung mit Frankreich zusätzlich besser Französisch als viele Deutsche. Es gibt in Syrien aber auch sehr viele Kurden und sogar eine Minderheit, die noch mit Aramäisch spricht. Wenn man noch die zahlreichen afrikanischen Flüchtlinge mit Dutzenden von uralten Kultursprachen hinzunimmt (z. B. das kleine Eritrea hat zwar nur sechseinhalb Millionen Einwohner, aber neun unterschiedliche Idiome und keine einheitliche Amtssprache) wird das ganze Ausmaß der problematischen Situation offenbar. [5]

## DEUTSCHE SPRACHE WIRD VERÄNDERT

Wie sollen sich aber diese unterschiedlichen Volksgruppen nicht nur untereinander, sondern vor allem mit deutschen Behörden verständigen? Die Flüchtlinge kommunizieren in ihrer neuen europäischen Heimat mit Händen und Füßen und manche von ihnen im einfachen Englischen mit vielen Fehlern. Oft sind es dabei auch die deutschen Staatsbeamten, die noch schlechter Englisch sprechen als die neuen Ankömmlinge.

Ein effektiver und schneller Deutschkurs scheint ideal zu sein. Selbstverständlich auch hier gab und gibt es Hindernisse, die vor allem mit der Organisation, dem Schaffen von Plätzen, dem Finden von Lehrkräften und Finanzmitteln zusammenhängen. Aber noch schlimmer ist es, wie man diesen Ankömmlingen die komplizierte deutsche Sprache vermitteln sollte, wenn sie als Erwachsene nie lesen und schreiben erlernten?

Professor Uwe Hinrichs von der Universität Leipzig sagte eine rasante Veränderung der deutschen Sprache durch den Einfluss der Migranten vorher. Die sprachliche Vielfalt, in der sich Deutschland jetzt befindet, kann nicht ohne Einflüsse bleiben und wird nicht nur zu zahlreichen neuen Wortbildungen und Formulierungen führen (z. B. „Ich weiß, wo dein Haus wohnt“), sondern werden auch fremde Wörter fest ins Deutsche übernommen (das arabische „Yalla“ ist mittlerweile ebenfalls ein weit verbreiteter Ausruf im Sinne von „Los!“ oder „Auf gehts!“). Darüber hinaus kommt es zu einer deutlichen Beeinflussung der sprachlichen und schriftlichen Regeln, also der ganzen Grammatik. [6] Dabei wird die Grammatik nicht nur verändert, sondern auch radikal verkürzt und vereinfacht. Es gilt beispielsweise für die deutschen vier Fälle, die verwechselt (z.B. „wir fahren im Urlaub“ anstatt „wir fahren in den Urlaub“) oder ganz abgebaut werden, weil die Sprache auch ohne sie gut funktioniert. Die Endungen werden ganz weggelassen wie in „das Haus von mein Vater“ anstatt „das Haus von meinem Vater“ oder „die Bedeutung Deutschland“ anstelle von „die Bedeutung Deutslands“. Dadurch wird auch der innere Zusammenhang im Satz gelockert: „Die Kinder spielen mit ein niedlichen Eisbär“ anstelle von „einem niedlichen Eisbären“. [7] Auch Präpositionen übernehmen neue Funktionen,

deshalb werden sie untereinander ausgetauscht und häufig beliebig verwendet: „*Der Interregio nach Potsdam fährt heute von/auf/aus/in/ an/ab Gleis 3*“ oder einfach nur „*fährt heute Gleis 3*“. Man muss mit der schwankenden Verwendung von Artikeln rechnen. Der Komparativ mit „mehr“ wird als Fehler nicht betrachtet („*mehr intelligenter* anstelle *mehr intelligent*“). Auch einfache Satzkonstruktionen, in denen Subjekt, Prädikat und Objekt aufeinander folgten, sind zu beobachten. [8]

Noch einmal Professor Uwe Hinrichs und seine Prognose zum Zukunftsdeutsch: „... wird lernen, dass der mündliche Sprachgebrauch von der schriftlichen Grammatik stark abweichen kann; dass es von einer Kategorie oder Konstruktion nicht nur eine Variante gibt; und er wird in der Praxis bemerken, dass viele „Fehler“ nicht als Fehler bemerkt oder gar korrigiert werden. Vor allem aber wird er sich gewiss nicht mehr mit so vielen Kasus herumärgern“. [9]

Um die neu Ankömmlinge schnell zu integrieren, muss sich die deutsche Gesellschaft gewöhnen, dass ihre Sprache von einer komplizierten zu einer vereinfachten wird. Diese sprachlichen Veränderungen verstärken die Entwicklung von einer synthetischen zu einer analytischen Sprache, wie es das Englisch ist. [8] Das Hochdeutsch wird vor der Übermacht der Millionen Sprach-Migranten kapitulieren müssen.

## POUŽITÉ ZDROJE

- [1] Zahlen und Statistiken. *UNHGR: The UNRefugee Agency* [online]. United Nations High Commissioner for Refugees, 2016 [cit. 2016-08-23]. Dostupné z: <http://www.unhcr.de/service/zahlen-und-statistiken.html>
- [2] Flüchtlinge in Deutschland. *Lpb: Landeszentrale für politische Bildung Baden-Württemberg* [online]. Landeszentrale für politische Bildung Baden-Württemberg, 2016 [cit. 2016-08-23]. Dostupné z: <http://www.lpb-bw.de/fluechtlingsproblematik.html>
- [3] Integration. *Bundesamt für Migration und Flüchtlinge* [online]. Bundesamt für Migration und Flüchtlinge, 2016 [cit. 2016-08-23]. Dostupné z: [https://www.bamf.de/DE/Service/Left/Glossary/\\_function/glossar.html?lv3=1504494&lv2=5831826](https://www.bamf.de/DE/Service/Left/Glossary/_function/glossar.html?lv3=1504494&lv2=5831826)
- [4] Muslimische Migranten müssen sich besser anpassen. *Die Welt: Integration* [online]. Welt am Sonntag, 2016 [cit. 2016-08-23]. Dostupné z: <http://www.welt.de/debatte/kommentare/article155260658/Muslimische-Migranten-muessen-sich-besser-anpassen.html>
- [5] Wie Flüchtlinge die deutsche Sprache verändern. *Die Welt: Neuer Simpelsprech* [online]. Welt am Sonntag, 2016 [cit. 2016-08-23]. Dostupné z: <http://www.welt.de/debatte/kommentare/article154229289/Wie-Fluechtlinge-die-deutsche-Sprache-veraendern.html>
- [6] Wie Migration die deutsche Sprache rasant verändert. *WAZ* [online]. WAZ, 2016 [cit. 2016-08-23]. Dostupné z: <http://www.derwesten.de/kultur/ich-weiss-wo-dein-haus-wohnt-id8811806.html>
- [7] Multi-Kulti-Deutsch – Uwe Hinrichs im Gespräch. *Goethe Institut: Migration und Integration* [online]. Goethe Institut, 2016 [cit. 2016-08-23]. Dostupné z: <http://www.goethe.de/lhr/prj/daz/mag/spr/de12094005.htm>
- [8] Sprachkontakt bedeutet auch Konflikt: Veränderung der deutschen Sprache. *Süddeutsche Zeitung* [online]. Süddeutsche Zeitung, 2013 [cit. 2016-08-23]. Dostupné z: [http://www.sueddeutsche.de/kultur/veraenderung-der-deutschen-sprache-tradition-der-beschimpfung-1.1789617-3\\_](http://www.sueddeutsche.de/kultur/veraenderung-der-deutschen-sprache-tradition-der-beschimpfung-1.1789617-3_)
- [9] HINRICH, Uwe. *Multi Kulti Deutsch.: Wie Migration die deutsche Sprache verändert*. München: C. H. Beck, 2013. ISBN 9783406656309.
- [10] Integration und Sprache. *Verein Menschen. Leben* [online]. Verein Menschen. Leben, 2016 [cit. 2016-08-23]. Dostupné z: <http://www.menschen-leben.at/bildung/integration-und-sprache/>

# JAK MIGRACE V NĚMECKU MĚNÍ NĚMECKÝ JAZYK

## ABSTRAKT

V méém příspěvku se zabývám problematikou migrace v Německu a jejím vlivem na německý jazyk.

Většina uprchlíků, která směřuje do Evropy, se chce usadit v Německu. Tento proud uprchlíků přináší do Německa celou řadu problémů, mezi jinými také problémy jazykové. Uprchlíci pocházejí z různých zemí a nejsou schopni se domluvit ne jenom s německými úřady, ale ani mezi sebou. Naučit se jazyk pro ně představuje dlouhodobý a komplikovaný proces, který je ovšem nutný a důležitý předpoklad integrace do německé společnosti. Jen tak budou mít snazší přístup ke vzdělání, na pracovní trh a k úřadům.

Proto se v Německu pořádají rychlé a účinné kurzy pro uprchlíky, ve kterých se už tak nedbá na gramatická pravidla, a to co dříve bylo považováno za chybu, se v současnosti toleruje. Tím dochází ke zkracování a zjednodušování německého jazyka. Kromě toho se v němčině začínají objevovat i nová slova a spojení z jazyků nově příchodních migrantů.

## KONTAKTNÍ ÚDAJE:

Mgr. Ivana Brychtová  
Vysoká škola polytechnická Jihlava  
katedra jazyků  
Tolstého 16  
586 01 Jihlava  
e-mail: ivana.brychtova@vspj.cz

## KLÍČOVÁ SLOVA:

migrace, uprchlíci, jazyk, integrace,  
zjednodušení

# **CREATING A COURSE OF PROFESSIONAL ENGLISH FOR A NEW DEGREE PROGRAMME OF ENGINEERING FOR INDUSTRY**

ZDEŇKA DOSTÁLOVÁ  
COLLEGE OF POLYTECHNICS  
JIHLAVA

## **ABSTRACT**

For a new engineering Bachelor's degree programme at College of Polytechnics Jihlava, a course of professional English has been developed in collaboration with the degree programme department. The article presents the considerations taken and the decisions made in individual aspects of the course creation, explains the principles and policies of the Department of Languages which have been drawn from and the reasons why these have been adopted by the department workers. The specifics of the degree programme and consequently of the customized professional language course prepared so as to meet its requirements are described. The course of engineering English is compared to professional language courses for other degree programmes where the learning outcome requirements and allocated time are different as well as to courses using other approaches to professional language teaching. The main goal of the authors was to create a course which enables users to transfer acquired language competences to professional life and to learn to keep educating themselves independently.



## **KEYWORDS:**

professional English language teaching,  
English for engineering students,  
students' competences, exploiting  
authentic materials

## INTRODUCTION

R eflecting the labour market needs in the region as well as those in the entire country, the Bachelor's degree programme of Engineering for Industry has been accredited and launched at the Department of Technical Studies of College of Polytechnics Jihlava. After a series of computer oriented programmes, this is the first engineering oriented programme at the college and as such, it poses new challenges to numerous constituent parts of the college.

The Department of Languages has prepared a four-semester course of professional English for the degree programme of Engineering for Industry. This year, an internal grant was obtained for a project called *Creation of Materials for the Course of English in the Degree Programme of Engineering for Industry at College of Polytechnics Jihlava* [13], which had been prepared and launched in collaboration with the degree programme director from the Department of Technical Studies. Besides some costs of teaching materials preparation and some professional English textbooks, the grant covers the purchase of several professional engineering titles written in English which are to be the starting point of an English engineering book collection of the college library. The books have been selected to match and further develop the fields and specialisations that are covered by various courses during the Bachelor's degree studies. At this stage, the engineering titles are being used as one of the sources of authentic foreign language materials to be studied in the course. In future, the books are intended to be shared for professional and language study purposes, e.g. for students' self-study and further specialisation, as seminar work and presentation practice resources, or for the use of the academic staff.

While the procured titles plus some other authentic English language sources provided us with a wide range of texts and materials to exploit in the courses of professional English and along with the needs of the students framed by the learning outcome requirements of the Department of Technical Studies answered the question what to include in the course, the "how" of the course, i.e. the form of the language work in the course remained our major consideration.

The Department of Languages has been going through a continuous development in the approach to professional language teaching since the very beginning of the existence of the College. As described in detail in [1], the Bachelor's degree programmes of the College of Polytechnics which place a strong emphasis on the language preparation of their graduates, consequently allocating a relatively high number of contact lessons to language courses and requiring good knowledge of English or another first foreign language from the applicants, have had their language courses innovated in collaboration between the Department of Language and the study programme department in question. This concerns mainly the Department of Economic Studies and the Bachelor's

degree programmes that it provides. The new approach applied in these courses takes into account the fact that directly after their graduation a major part of the Bachelor's programmes students enters the labour market in a field which takes good knowledge of English for granted and they need to be able to cope with comprehensive authentic materials and communicate successfully in a number of professional situations. Even those who continue their studies in follow-up programmes are expected to be able to manage to find relevant information in authentic sources. Thus, this approach has students work with pieces of authentic texts and learning the skills necessary for identifying the information they need, analysing, assessing and applying it regardless the level of their proficiency and consequent ability to understand the whole of the material.

This approach being a benchmark, the opposite extreme in the approach to foreign language teaching can be found in the courses for the degree programmes that provide languages with a low number of contact lessons and admit students with relatively low previous knowledge of English. This has so far applied especially to ICT oriented degree programmes, which have their specific features that may not apply to other technically oriented fields. Here, the process of innovation of the courses of professional English is in process. While the active language skills practice, i.e. speaking and learning activities, can easily be and commonly is applied to realistic cases from professional situations, the texts and listening activities used are adapted for a given level of students' knowledge, thus are not authentic and present all the drawbacks mentioned in [1]. To name just a few, one of the most serious problems is that they are not sufficient in preparing a graduate for the situations and materials they are going to face in their professional life and while practising the skill of looking up particular information in the text they do not stress the follow-up stage of analysing and using the information. Another drawback is that these do not motivate students with good previous language knowledge and leave those with lower previous knowledge with the false impression that "this is all they need" in their future professional life. Nevertheless, the overarching reason why this is not the way is that tertiary educational institutions are obliged to provide students with relevant professional extra knowledge and must not be devalued by just reviewing the subject matter of primary and secondary schools under the pretext that students do not have sufficient abilities or fundamentals.

Within these limits, the new course of professional English for the degree programme of Engineering in Industry has been prepared. The article presents our considerations in creating individual aspects of the course and explains the reasons for the choices and decisions we have arrived at. During the current academic year and the years to come, we are planning to collect students' results and feedback on a continuous basis and develop and adopt the course accordingly.

## ANALYSING THE STUDENTS' NEEDS

The Bachelor's degree programme of Engineering for Industry at College of Polytechnics Jihlava has its specifics. From a long-term perspective, Bachelor's degree programmes in general are still a relatively new phenomenon, as illustrated e.g. in [3] by Jan Koucký, who when commenting the findings of the REFLEX 2013 research on university students employability says that there are two reasons for the rise and expansion of Bachelor's degree programmes under the conditions of the Czech Republic. One is the natural need for growing amount of information in a number of present day professions and the other one is the fact that with the expansion of tertiary education since the change in its financing in 1992 the average competences of university graduates have naturally decreased and Bachelors have replaced secondary school graduates in many jobs without a real need for an increase in employees' knowledge. At present, Bachelor's degree programmes are supported by the ministry to increase the variability of education supply [5]. Nevertheless, the decrease in students' competences, especially reading competences [4], is a growing phenomenon accompanying the transformation of the pre-1990s elite tertiary educational system into the present day universal one with more than 50% of the secondary school graduates entering tertiary education. This does not mean that there are fewer talented students than before but simply that colleges and universities admit even such students who would be considered having insufficient fundamental knowledge for tertiary studies in the past. In the present period following the economic crisis, the situation is further complicated by problems in financing the tertiary educational sector, which leads to a higher ratio of the number of students per teacher, putting the quality of tertiary education at risk.

The resulting situation is a complex one, especially in the field of engineering. After a period of relatively low interest in engineering studies in the previous decade, the number of students in Bachelor's degree engineering programmes is growing now [4], but unlike e.g. economic studies, which are among the specialisations suitable for students who enter the tertiary education sector mostly because they are expected to do so by their families and the society, engineering programmes require certain abilities and especially mathematical competences are a must.

Thus, although the demand for technical studies graduates has traditionally been high in the Vysočina Region, the number of applicants for engineering studies lags behind economic studies at College of Polytechnics Jihlava. We are facing a group of newly coming students with mixed abilities. Most of them are expected to enter the labour market directly after obtaining their Bachelor's degree and their needs are strongly profession oriented. As for their foreign language competences, this concerns especially the ability to handle foreign language materials that occur in a wide variety of positions in engineering practice, the ability to look up and handle information in foreign language sources, being able to communicate on professional topics, including telephone and

e-mail communication, and the students' ability to present themselves and their work. However, some graduates are expected to continue their studies in a Master's degree programme, and these need to be equipped with at least a basic level of academic skills. As shown in [4] and [5], employers report a general lack of soft skills in university graduates, so this is another need that should be addressed in language courses as a supplement to soft skills development in specialized professional courses.

Compared to computer studies, which are still considered modern and whose terminology is largely popularly known and English based, engineering is a branch with long tradition and relatively exclusive, extensive terminology restricted to experts and very different from its equivalents in other languages. Hence, the foreign language knowledge needs of computer and engineering oriented degree programme graduates also differ substantially. Actually, we assume that students need a higher level of general English knowledge to discuss engineering successfully than to discuss computer sciences, let alone the terminology. We are going to monitor and compare this as our first engineering students go through their studies. Although there were periods of time when many technical universities traditionally did not stress language preparation of their students very much, with the internationalisation of education and professional cooperation this has been changing and the knowledge of English is considered standard now.

## CONTENT AND VOCABULARY CONSIDERATIONS

Let us present our considerations regarding individual aspects of teaching professional language to engineering students. As mentioned above, the content was framed by the programme's student profile and the requirements of the Department of Technical Studies. Within this framework, we were considering both general and professional vocabulary needs.

Taking a quick look around at what professional language studies look like in other technically oriented study programmes and courses, we can see several typical models. Some use the above mentioned type of pseudo-professional textbooks (e.g. [6], [7]). Our reasons for refusing this type of materials in tertiary education were explained in [1], [2]. Our experience with these materials which we still partly use in our computer oriented programmes until their English course innovation is finished shows that besides being susceptible to getting obsolete quickly, which is especially the case of computer sciences, they simply keep students in the artificial world of school classrooms, which they have been educated in since primary schools, and do not prepare them sufficiently for transferring their knowledge and skills into their professional practice. Other programmes use their own materials. We can find examples of materials created fully by their authors [8]. As this cannot be considered an authentic material, it does not fully meet our requirements. There are also examples of materials using authentic texts, which show principles similar to those we follow [9]. The lesson for us to learn from

these is that some types of authentic texts become obsolete quickly and the materials need frequent updating. We can also see that the selection of individual texts is strongly influenced by the exact characteristics of the programme and cannot be transferred to different programmes. Still other materials teach general English [10], which is not what we strive for. Our overall impression is that most materials lack components that develop students' ability to use the information they have, to analyse, assess and apply what they find in an authentic source, as well as activities for developing soft skills in the area of obtaining and developing further language and professional knowledge and skills. Our decision in this aspect is thus the use of authentic professional materials, both written and spoken, which are not used only for reading and translating, but become a starting point for practising obtained knowledge and skills extensively and developing the above mentioned soft skills. The issue of mixed ability students is among others addressed by using e-learning tools to offer further materials and possibilities both to the students who need extra practice to compensate for lower previous language knowledge and skills and to those whose competences are higher than average and appreciate more challenging sources for their personal growth in languages.

As for professional vocabulary, we have had long-term experience with teaching professional English to students from various specialisations. The policy that we have developed so far issues from our experience that Bachelor's degree programmes are usually not strictly specialised; they prepare students for wide varieties of careers within a field. It is therefore impossible to provide students with the complete terminology of a branch. Only when students choose a particular career they find out what professional vocabulary field they will have to know in detail. For that reason, what they need from the course is to be equipped with a general overview of the terminology relevant to the specialisation and, more importantly, with good level of skills necessary for working with English language materials of their position and for continuing their education on their own, developing the required vocabulary continuously and independently.

General vocabulary development is a challenge in mixed ability classes with just two contact lessons per week and A2/B1 entry knowledge requirements, which is the case of our course of English for the degree programme of Engineering for Industry. Our experience from computer oriented programmes where the number of contact lessons and the entry level of students' knowledge of English is the same shows that students often concentrate on professional terminology. If their previous level of general vocabulary is lower than average, it prevents them from being able to apply their new knowledge actively. On the other hand, a lot of secondary school graduates have achieved higher level of English than the required A2/B1. In a mixed ability classroom, they are sometimes eager to discuss their professional knowledge in English and often take on major part of group activities aimed at analysing and applying information, which may discourage other students who may not be so fluent or just so communicative. It is definitely the teacher's responsibility to manage classroom activities adequately and

make sure that every student has a space to participate in the skill developing activities. Outside the classroom, we use the above mentioned e-learning tools to provide students with sufficient opportunities to practice both professional and general vocabulary and we also train students to be able to find, assess and exploit available online sources. We realise, however, that students manage their time available for studies in favour of the most urgent need, which may not always be English. But our experience from combined studies shows that in practice the need for a command of English becomes very urgent in some professions. For that reason we include some summarizing overviews of general English vocabulary and grammar in our courses for students to either study individually or download and keep for further reference. This is a practice which has proven useful and appreciated by both students and graduates and it is to be used for the course of engineering English as well.

## GRAMMAR CONSIDERATIONS

**S**tudying the engineering titles obtained for the new programme (e.g. [11] and [12]) plus some samples of practical documents has confirmed our assumption that the professional language of written engineering sources is very similar to that of computer science. It is a controlled, topic-based, purpose-oriented and formal language suited to delivering the content effectively and creating clear, readable documents, descriptions and instructions. The more technical the document is the clearer and more straightforward the language usually is. As for grammatical structures, we can find a vast majority of sentences using Present Simple tense with some supplementary Present Perfect Simple and Past Simple, a significant role being played by Passive Voice structures and appropriate use of modal verbs. The importance of correct grammatical structures for defining concepts is vital.

When it comes to both spoken and written English used at the workplace or at the office, the grammar used includes a much wider range of language structures and we are practically limited only by the course duration/time available and the required outcomes, which are set relatively low as far as grammar is concerned (B1/B2) to be achievable for all students including those with low previous level of English while still enabling students to communicate successfully at work.

The experience in the area of grammar from other degree programmes shows that to provide the obligatory extra of tertiary education it is again not sufficient to revise the grammar studied at primary and secondary schools. Not only would that miss the tertiary education mission as discussed above but it would also be highly demotivating for students. While revision is essential to set a common starting point in a mixed ability class and even students with higher than average level of English benefit from it, there must be a next step for all students. We have so far used two major types of the extension. In degree programmes with higher expected outcomes of language competences like

the above mentioned economic programmes we provide students with comprehensive summaries of grammatical phenomena which they keep for future reference and which enable them to manage even demanding language situations. Although they may not be required to master all the details actively, they are taken through as much practice as possible to have experience for individual use in practical life. In programmes with lower outcomes and fewer contact lessons there are also grammatical summaries presented but usually limited to a level slightly above the required outcome. The largest part of the tertiary education level extension consists in both passive and active work with revised grammar structures in the environment of authentic professional materials.

It is interesting to trace the most frequent grammar related problems in students. The understanding of presented grammatical phenomena is high. In the class, students do not have significant problems applying the structures in practical situations. But when surveying the test results that show whether the structures have become part of their permanent language competence, we can see that students underestimate or do not prioritise structures that seem easy to them (typically e.g. passive structures, simple and past tenses) and consequently repeat old ingrained mistakes. The amount of opportunities to practise is large: there are e-learning exercises and self-evaluation tests, online sources, individual help, consultations, extra grammar courses, holiday courses etc. The only limit here is again students' time management and willingness to learn and develop their language competence. We feel that in many cases we cannot claim a larger part of students' time budget for the study of languages so what we do is provide them with sources they can draw from when professional life urges them to improve their capability to communicate in English.

## LANGUAGE SKILLS CONSIDERATIONS

**A**t present, a large part of information sources is in English. For that reason we strive to develop overall reading competences in students of all degree programmes. In technically oriented programmes where other humanities are rare we hope to promote students' first language information processing skills as well. It is imperative to develop students' abilities not only to find information in a material, but also to think about it and evaluate its relevance. Only then is it possible to apply the new information where necessary. In case of professional language the application part is sometimes difficult due to low level of students' professional knowledge, especially in the first semester students. The cases where they can apply the information must be carefully selected to match students' professional progress. Then, students can have double benefit from reading and discussing or otherwise applying the information in English as they practise both new language phenomena and their new professional knowledge.

In today's world where English can be read and heard literally at every turn, students' passive language skills tend to improve quickly. The Internet and media provide them

with attractive content and motivates them to want to understand. It is not true about all students and it is influenced by factors such as family and social background and individual abilities and ambitions, but it is an undeniable trend. The problem is that especially the Internet is a source of materials that are typically short and whose correctness is not guaranteed. This leads to students' being reluctant to read entire books or even to look for information in them. The same is true about spoken English: many young people require the format of 5-20 minute long YouTube videos and are not prepared to gather information from a long lecture, documentary or seminar.

In our courses of English, students are naturally motivated to develop all reading and listening skills, but the challenge is to train them to think about what they read or hear and to develop a responsible approach to the information they find. Activities in our courses require the use of authentic materials, both professional titles in the college library and outside sources, often online. Students learn to compare information from several sources, assess, analyse and use their findings in homework, seminar works or presentations in order to bring these principles on into their professional life.

Active language skills are more complicated to develop. It is said that while other European nations learn English for their work/hobbies/travel, Czech people learn English for school. This illustrates insufficient opportunities to use English, at least in some regions and/or professions, and explains reduced motivation to learn to write and speak in English in some students. While some people are motivated by their desire to travel, to participate in students' exchanges, to get a certain job where English is used or to communicate online with people from other countries, there is still a significant portion of students who do not find these necessary. In our courses, speaking practice typically takes place only in the class. While each topic is discussed and various speaking activities included, it is not enough. We provide students with online speaking practice tips and motivate them to keep trying but the strongest motivation is internal so it is important that tertiary studies inspire the desire to communicate and participate in professional discussions. In written communication, students practise the stylistic forms they need most for their future profession. The practical applicability of the documents they learn to create is usually motivating for them and causes that they adopt the skills at a satisfactory level. In technically oriented programmes, we concentrate on writing definitions, descriptions and explanations, and from the company environment we practise e.g. writing emails, letters, filling-in forms, writing CVs and covering letters, reports etc. Again, students are provided with templates for useful stylistic forms and online resource tips for future reference. As most writing practice takes place outside the classes in form of homework, teamwork or longer seminar work, students can progress at their own pace and spend as much time writing their English tasks as they need.

## CONCLUSION

The newly created course of professional English for the degree programme of Engineering for Industry has been developed using our experience from all our other professional English courses and in collaboration with professional engineering educators. We find crucial to present students with a course that will allow them to transfer knowledge to their professional life easily and automatically. We strive to incorporate students with various levels of previous English knowledge and provide all of them with manageable study materials and a possibility of language progress and personal growth in multiple areas, especially in soft skills.

We are planning to monitor the progress of the new students and keep communicating with engineering experts both from our college and from employer companies. After gathering the feedback and student resources, we are going to evaluate all aspects of the course and make appropriate adjustments.

*The paper was created under the IGS VSPJ project No. 12000/04/163 "Creating materials for teaching the course of English in the degree programme of Engineering for Industry at College of Polytechnics Jihlava".*

## REFERENCES

- [1] BENEŠOVÁ, Martina; DOSTÁLOVÁ, Zdeňka; REITERMAN, Miloslav. Impact of New Approach to Professional Foreign Language Teaching at VSPJ in Students. LOGOS POLYTECHNIKOS. 2013, 4, 2, s. 74-90.
- [2] BENEŠOVÁ, Martina; REITERMAN, Miloslav. Professional Text Processing as Platform for Professional Language Teaching at Tertiary Education Institution. LOGOS POLYTECHNIKOS. 2011, 2, 2, s. 21-27.
- [3] EDUIN. Lidové noviny: Jan Koucký o tom, kde, jak a za kolik pracují vysokoškoláci. In: *EDUin* [online]. 2013 [cit. 2016-08-29]. Dostupné z: <http://www.eduin.cz/clanky/lidove-noviny-jan-koucky-o-tom-kde-jak-a-za-kolik-pracuji-vysokoskolaci/>
- [4] KOUCKÝ, Jan, Radim RYŠKA a Martin ZELENKA. *Reflexe vzdělání a uplatnění absolventů vysokých škol: Výsledky šetření REFLEX 2013* [online]. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2014 [cit. 2016-08-29]. Dostupné z: <http://www.strediskovzdelavacipolitiky.info/download/Reflexe%20vzdelani%20a%20uplatneni%20absolventu.%20Vysledky%20setreni%20REFLEX%202013.pdf>
- [5] BOČEK, Jan, Marcel ŠULEK a Petr KOČÍ. Blesková cesta tam a zase zpátky: Donedávna přibývali, teď studenti z univerzit mizí. In: *Český rozhlas* [online]. [cit. 2016-08-30]. Dostupné z: [http://www.rozhlas.cz/zpravy/data/\\_zprava/donedavna-studenti-na-univerzitach-pribyvali-ted-z-nich-mizi--1562075](http://www.rozhlas.cz/zpravy/data/_zprava/donedavna-studenti-na-univerzitach-pribyvali-ted-z-nich-mizi--1562075)
- [6] HOLLETT, Vicki. Tech talk. Pre-intermediate. Student's book. Oxford: Oxford University Press, 2005. ISBN 019457458X.
- [7] REMACHA ESTERAS, Santiago. Infotech: English for computer users. Fourth edition. Cambridge: Cambridge University Press, 2013dotisk. Cambridge professional English. ISBN 978-0-521-70299-7.
- [8] JANATA, Petr. *Angličtina ve strojírenství*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1981.
- [9] BINOVEC, Paula. *English reader for mechanical engineering*. Vyd. 2. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2000. ISBN 80-01-02154-8.
- [10] JIRKŮ, Dana a Míša Reková. *Basic English for the Technical University*. Vyd. 2. Praha: ČVUT, Strojní fakulta, 2000. ISBN 9788001021460.
- [11] SHACKELFORD, James. *Introduction to Materials Science for Engineers*. 8th edition. Pearson, 2015. ISBN 0273793403.
- [12] BUDYNAS, Richard G. a Keith J. NISBETT. *Shigley's Mechanical Engineering Design (in SI Units)*. 10 edition. McGraw-Hill Higher Education, 2014. ISBN 978-9814595285.
- [13] *Tvorba materiálů pro výuku předmětu Anglický jazyk ve studijním programu Aplikovaná technika pro průmyslovou praxi na VŠPJ* [online]. [cit. 2016-08-31]. Dostupné z: <https://is.vspj.cz/projekty/detail/resitel/1073/id/283>

# **TVORBA KURZU ANGLICKÉHO JAZYKA PRO NOVÝ OBOR APLIKOVANÁ TECHNIKA PRO PRŮMYSLOVOU PRAXI**

## KONTAKTNÍ ÚDAJE:

Mgr. Zdeňka Dostálová  
Vysoká škola polytechnická Jihlava  
katedra jazyků  
Tolstého 16  
586 01 Jihlava  
e-mail: zdenka.dostalova@vspj.cz

## ABSTRAKT

Pro nový strojírenský bakalářský obor na VŠP Jihlava byl ve spolupráci s oborovou katedrou vyvinut kurz odborné angličtiny. Článek seznamuje s úvahami a rozhodnutími učiněnými v jednotlivých aspektech tvorby kurzu, vysvětluje zásady a strategie katedry jazyků, z nichž bylo čerpáno, a důvody, proč je pracovníci katedry přijali. Jsou popsána specifika tohoto studijního oboru a následně i kurzu odborného jazyka, připraveného pro tento obor na míru, tak aby kurz splňoval jeho požadavky. Kurz strojírenské angličtiny je porovnán s kurzy odborného jazyka pro jiné studijní obory, kde jsou odlišné výstupní požadavky a přidělený čas, a také s kurzy, které používají jiné přístupy k výuce odborného jazyka. Hlavním cílem autorů bylo připravit kurz, který umožní uživatelům přenést získané jazykové kompetence do profesního života a naučit se pokračovat samostatně v sebevzdělávání.



## KLÍČOVÁ SLOVA:

výuka odborné angličtiny, angličtina pro studenty strojírenských oborů, kompetence studentů, využívání autentických materiálů

# REGIONÁLNÍ ANALÝZA DISPARIT V KRAJÍCH ČR

LIBUŠE MĚRTLOVÁ  
MARTIN PROKOP  
VYSOKÁ ŠKOLA POLYTECHNICKÁ  
JIHLAVA

## ABSTRAKT

Cílem článku je představit výsledky regionální analýzy disparit v krajích České republiky z pohledu ekonomických a sociálních ukazatelů při použití metody shlukové analýzy. Analýza byla provedena na základě relativních hodnot ukazatelů v jednotlivých skupinách indikátorů po přepočtu na počet obyvatel v jednotlivých regionech s cílem posoudit ekonomickou a sociální úroveň regionů v roce 2000, 2007, 2009 a 2012. Podle výsledků provedeného hodnocení byly regiony rozděleny do několika skupin, na které byly vysoce výkonné, stabilizované, zaostávající a zaostalé. V rámci tohoto členění jsou potom v jednotlivých vytvořených shlucích zahrnuty regiony s nejvyšší podobností, ale také i se stejnými nebo velice podobnými problémy. Toto rozčlenění následně umožňuje uplatňovat podobné přístupy k jednotlivým regionům v rámci shluků, zejména pokud se jedná o alokaci finančních prostředků ze státního rozpočtu nebo z rozpočtu evropských fondů v rámci státní regionální politiky.

## KLÍČOVÁ SLOVA:

regionální analýza, regionální disparity, regionální politika, makroekonomicke ukazatele, shluková analýza, NUTS 3 regiony

## 1. ÚVOD

**D**isparity jsou v teoretické literatuře definovány jako nerovnost, různost, rozdílnost nebo nepoměr různých jevů. S touto definicí se setkáme např. ve slovnících nebo encyklopediích. Pokud k tomu přidáme slovo regionální disparity, dostáváme se zpravidla k nerovnostem mezi regiony, které jsou popisovány z různých pohledů, ať už ekonomických, sociálních nebo environmentálních aspektů. Podle definice OECD z roku 2002 vyjadřují regionální rozdíly míru odlišnosti projevu intenzity zkoumaného ekonomického jevu pozorovaného v rámci regionů dané země. Podobně i definice OECD z roku 2003 se zaměřuje především na míru intenzity regionálních disparit na určitém území daného státu. (OECD, 2002; OECD, 2003) Ministerstvo pro místní rozvoj ČR vymezuje regionální disparity jako „neodůvodněné rozdíly v úrovni ekonomického, sociálního a ekologického rozvoje regionů“. Disparity, které je potřeba řešit, jsou rozdíly vyvolané lidskou subjektivní činností, nikoliv disparity vzniklé např. na základě přírodních podmínek. Negativní disparity jsou často chápány ve smyslu nežádoucího jevu, tj. jako problém. Na druhou stranu však mohou být definovány i disparity pozitivní, tj. ve smyslu silných stránek regionu. Jedná se o komparativní výhody, na nichž může být založen rozvoj daného území. (GaREP, 2009) Rozvoj jednotlivých území (regionů) je předmětem regionální politiky států, která má funkci koordinační, doplňkovou a korigující s cílem snižovat negativní disparity v regionech, podporovat konkurenceschopnost regionů a zvyšovat hospodářský růst, který se následně promítá do socioekonomické oblasti a je předpokladem pro stabilizaci životní úrovně a zlepšování kvality života obyvatel v regionech a následně i v celém státě. To předpokládá stanovení území nejpotebnějších regionů, podpůrných prostředků a klíčových oblastí, kam mají intervence směřovat. V podstatě lze ovlivňovat regionální poptávku nebo stav regionálních výrobních faktorů. (Kutscherauer, 2010) Existují různé přístupy k řešení regionálních disparit, kdy je možné zmínit teorii regionální polarizace na základě řešení a usměrňování negativních disparit (Myrdal, 1957, Maier a Tödtling, 1998), kdy jsou potřebné státní zásahy a státní regionální politika, která nedovoluje příliš zvětšovat negativní regionální rozdíly a naopak podporuje rozvoj území lokalizací nových podniků v regionech anebo naopak teorie založené na pozitivních disperzích, které jsou obsažené v koncepci pólů růstu a center růstu. (Maier a Tödtling, 1998) Tato teorie je založena na pozitivních důsledcích rozvojových center, která dominují rozšiřující efekty do přilehlých území a pomáhají rozvíjet území okolních regionů. Někteří zastánci koncepce pólů růstu a center růstu, např. Hahne (1985), preferují endogenní přístupy, kdy je vhodné řešit regionální disparity na základě vnitřních zdrojů regionu podporou využití existujícího potenciálu. Koncepce regionálního rozvoje zaměřené na tuto strategii očekávají zvýšení hospodářské, kulturní a politické samostatnosti regionů, kdy hybnou silou rozvoje se stávají místní a regionální aktéři.

Podle Viturky (2007) je základním předpokladem ekonomického rozvoje regionů konkurenceschopnost, která slouží jako základní měřítko úspěšnosti firem, regionů

i států. Regionální rozvoj a regionální konkurenceschopnost spolu úzce souvisejí. Pouze region, který se rozvíjí, je schopný si svou konkurenceschopnost udržet. (Žítek, Klímová, Horká, 2013) Podobně i Tvrdoň (2014) uvádí výraznou potřebu orientace aktivit v oblasti podpory regionálního rozvoje zaměřeného zejména na endogenní faktory regionů z důvodu slabého úspěchu neoklasických přístupů a strategie pólů růstu, které se orientovaly na mobilitu faktorů a efektů lokalizace podniků v regionu, kdy jako zásadní nevýhody realizace těchto přístupů jsou uváděny zejména práce s nízkými požadavky na kvalifikaci pracovní síly, lokalizace odvětví se standardizovanou výrobou a externí kontrolou, krátkodobé trvání vytvořených pracovních míst a jejich konjunkturální závislost a další. Regionální rozvoj se tak chápe v širším pojetí, ne pouze jako ekonomický růst, ale i kvalitativní zlepšení struktury hospodářství, i životních podmínek. Měl by zlepšit postavení problémových skupin obyvatelstva a měl by být přizpůsobený sociálně ekonomickým, přírodním a kulturním podmínkám regionů. (Maier, Tödtling, 1998). Podle Wokouna (2008) byla ekonomická výkonnost i regionální rozvoj v ČR ovlivněn především transformačním procesem na počátku 90. let minulého století, kdy ne všechny regiony prošly tímto procesem stejně úspěšně. Podle tohoto autora je důležitým úkolem zejména státní regionální politiky přijetí opatření poskytující pomoc méně úspěšným regionům s cílem zamezit dalšímu prohlubování regionálních rozdílů. Řada autorů, např. Kutscherauer a kol. (2010), Wokoun (2003), Žítek, Halámek a kol. (2003), ze slovenských potom Kožiak (2008), Fáziková (2011) a další zkoumají regionální disparity, jejich dopady a vývoj v čase podle zvolených indikátorů a jejich vliv na celkový vývoj regionů. Do popředí se dostávají strategie zaměřené na nové oblasti podnikání a zejména na nová průmyslová odvětví zaměřená na high-tech technologie. Roste zájem o vytváření partnerství, zejména ve veřejno-soukromé oblasti a vytváření industriálních klastrů a regionálních sítí (networks). (Tvrdoň, 2014)

Pro potenciál rozvoje regionu je významná hlavně diverzifikovaná odvětvová struktura a stabilita subjektů, jež ji vytvářejí. Z těchto základních požadavků vychází i Strategie regionálního rozvoje ČR pro období 2014 – 2020. (MMR, 2011) Jejím cílem je na základě provedené analýzy stavu a vývoje regionálních disparit formulovat předpoklady pro efektivní regionální politiku v jednotlivých regionech.

V rámci těchto poznatků vzniká otázka, jak nejlépe porovnávat vývoj v jednotlivých regionech, jak z pozice státu v rámci regionální politiky a z pozice krajů v rámci rozvojových strategií krajů nejlépe působit na utváření hlavních faktorů rozvoje v regionu, jak řešit negativní regionální disparity a podporovat vnitřní možnosti rozvoje všech zdrojů. Jako určité přispění k řešení těchto otázek se jeví i možnosti využití moderních statistických metod, např. shlukové analýzy pro porovnání úrovně regionů z více pohledů, ne pouze podle nejvíce používaného ukazatele vývoje HDP a míry nezaměstnanosti. Tato metoda umožňuje výběr většího

počtu posuzovaných ukazatelů, které budou srovnávány tak, aby zajistily jak komparaci hlavních ukazatelů ekonomické úrovně, tak i dopadů do sociální oblasti a úroveň rozvojových sil v území. Pro zajištění relativního posouzení vývoje disparit v prostoru a čase se doporučuje v analýze převést hodnoty zkoumaných ukazatelů na počet obyvatel regionů, takže je kladen důraz zejména na srovnatelnost jednotlivých krajů.

## 2. MATERIÁLA METODY

**C**ílem příspěvku bylo provést regionální analýzu disparit v krajích ČR v letech 2000, 2007, 2009 a 2012, kdy cílem bylo posoudit, zda v různých etapách ekonomického cyklu (období růstu, krize a následné recese) dochází ke konvergenci nebo naopak divergenci jednotlivých regionů a jaká je hospodářská odolnost u zkoumaných ukazatelů v jednotlivých regionech. V analýze byly použity makroekonomicke ukazatele přepočtené na počet obyvatel, aby bylo umožněno relativní srovnání mezi regiony. Pro výpočet byly použity proměnné HDP/ob., HPH/ob., THFK /ob., CDDD/ob. a relativní zaměstnanost, čili ZAM/ob. Data byla získaná z regionálních statistik Českého statistického úřadu za roky 2000, 2007, 2009 a 2012. Tyto roky byly zvoleny záměrně, kdy rok 2000 chápeme jako výchozí stav, rok 2007 je rokem, kdy se ekonomika rychle rozvíjí a stoupají jak ukazatele ekonomického růstu, tak i ukazatele sociální, rok 2009 je prvním rokem, který následuje po propuknutí finanční a následně ekonomické krize, která se protáhla do dlouhotrvající recese, rok 2012 potom zobrazuje skutečnost, kdy postupně dochází ke konsolidaci ekonomiky po prodělané ekonomicke krizi a hospodářské recesi.

V tabulkách jsou uvedené ukazatele a jejich hodnoty, které vstupují do analýzy v jednotlivých letech. Byly zvoleny ukazatele hrubý domácí produkt (HDP) a hrubá přidaná hodnota (HPH) na obyvatele, které vyjadřují sílu regionů, hlavně jejich průmyslový potenciál, dále tvorba hrubého fixního kapitálu (THFK) na obyvatele, který vypovídá o investicích v regionu a vyjadřuje potenciál rozvoje pro další období. Další zvolený ukazatel čistý disponibilní důchod domácností (ČDDD) na obyvatele vyjadřuje ekonomicke předpoklady pro zvyšování kvality života obyvatel, finanční stabilitu domácností a možnost zvyšovat koupěschopnou poptávku v regionech. Poslední ukazatel zaměstnanost (ZAM) na počet obyvatel opět vyjadřuje endogenní faktor rozvoje regionu, kdy počet ekonomicky aktivních obyvatel spolu s kvalitativní úrovní pracovní síly je podmínkou pro rozvoj regionů v příštím období. V dendrogramech jsou zobrazeny pozice regionů a jejich přechod mezi jednotlivými shluky, kdy následuje vyhodnocení statistických charakteristik ukazatelů v jednotlivých shlucích.

Shluková analýza (dále SA) umožňuje hodnocení více makroekonomickech ukazatelů najednou a nalezení regionů s největší podobností a naopak regionů, které vykazují největší rozdíly. Metoda SA umožňuje rozdělení množiny objektů vstupní datové matice do několika shluků, kdy shlukovat lze jak objekty, tak proměnné. Při použití této metody vycházíme z datové matice X typu  $n \times p$ , n je počet objektů, p je počet proměnných.

Počet shluků označíme  $k$  a uvažujeme různé rozklady množiny  $n$  objektů do  $k$  shluků. Cílem je dosáhnout stavu, kdy objekty uvnitř shluku jsou si podobné co nejvíce a objekty z různých shluků co nejméně. Pro hodnocení podobnosti objektů používáme míry vzdálenosti. Vypočtou se vzájemné vzdálenosti pro všechny dvojice n objektů, vznikne symetrická čtvercová matice vzdáleností typu  $n \times n$ . Pro kvantitativní proměnné lze využít euklidovskou nebo čtvercovou euklidovskou vzdálenost

$$D_E(x_i, x_{i'}) = \sqrt{\sum_{j=1}^p (x_j - x_{i'j})^2}, D_E^2(x_i, x_{i'}) = \sum_{j=1}^p (x_j - x_{i'j})^2.$$

Mezi nejčastější postupy shlukové analýzy patří hierarchické shlukování, tedy vytváření hierarchické posloupnosti rozkladů, viz Hebák a kol. (2007). Výsledek hierarchického shlukování lze nejlépe zobrazit ve formě stromového grafu, dendrogramu. Vzdálenosti mezi shluky se odvozují ze vzdáleností mezi objekty. Existuje několik agglomerativních postupů, např. Wardova metoda, která vychází z Wardova kritéria kvality rozkladu. Kritériem pro spojování shluků je přírůstek celkového vnitroskupinového součtu čtverců odchylek pozorování od shlukového průměru, kde je tento přírůstek vyjádřen jako součet čtverců ve vznikajícím shluku zmenšený o součty čtverců v zanikajících shlucích. Přírůstek je vyjádřen jako součin euklidovské vzdálenosti mezi centroidy shluků uvažovaných pro spojení a koeficientu závisejícím na velikosti shluků.

### 3. VÝSLEDKY A DISKUSE

**V**ýsledky jsou uvedeny vždy za zkoumaný rok, jsou doplněny vstupními tabulkami zahrnujícími hodnoty zkoumaných ukazatelů, dendrogramy shluků a tabulkami charakteristik vytvořených shluků.

#### 3.1. REGIONÁLNÍ DISPARITY V ROCE 2000

**V**tabulce 1 Vstupní data - rok 2000 jsou uvedeny hodnoty ukazatelů, které byly vybrány do regionální analýzy disparit krajů.

**Tabulka 1:** Vstupní data - rok 2000

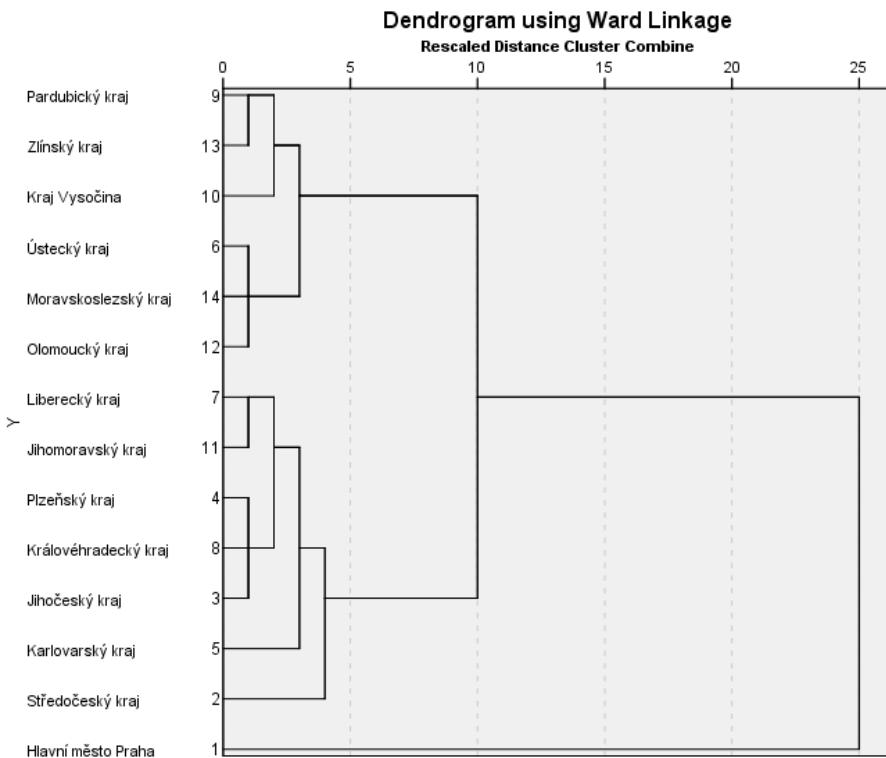
Kraj	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	ČDDD/ob	ZAM/ob
Hlavní město Praha	455005	415756	140133	160707	0,661054
Středočeský kraj	231500	211530	82719	130226	0,438074
Jihočeský kraj	217198	198461	79945	122963	0,472641
Plzeňský kraj	216752	198053	70799	123441	0,489695
Karlovarský kraj	196504	179554	44777	122371	0,504371

Ústecký kraj	190661	174213	48629	114410	0,411345
Liberecký kraj	209926	191817	58036	119404	0,465453
Královéhradecký kraj	214875	196339	61967	122776	0,483739
Pardubický kraj	196943	179954	55516	113180	0,450508
Kraj Vysočina	188782	172497	66483	109332	0,442517
Jihomoravský kraj	209290	191236	63940	117050	0,471295
Olomoucký kraj	183152	167353	56985	113404	0,421251
Zlínský kraj	189148	172831	53968	112973	0,455187
Moravskoslezský kraj	177830	162490	49669	111756	0,410157

Zdroj: czso.cz, výpočty vlastní

Z těchto dat byl metodou SA vytvořen dendrogram, který znázorňuje vytvoření shluků krajů podle podobnosti a rozdílnosti použitých dat. Obrázek 1 zobrazuje dendrogram shluků v roce 2000, kdy vedeme pomyslnou čáru pro rozdělení zkoumaného souboru do shluků ve vzdálenosti 2,5 od počátku. Vytvoří se 6 shluků, kdy 1. shlukem je Hlavní město Praha, 2. shlukem je Středočeský kraj, 3. je Karlovarský kraj. Z hlediska podobnosti se jedná o nejméně podobné regiony, kdy 1. je vysoce výkonný ve všech ukazatelích, 2. shluk je v prvních dvou ukazatelích jen na polovině hodnoty Prahy a u dalších ukazatelů zaostává až o 1/3 hodnoty. Třetí samostatný shluk tvoří Karlovarský kraj, který vykazuje tak vysoké negativní disparity, že se odděluje od všech ostatních krajů a je posledním v porovnání hodnot ukazatelů. Čtvrtý shluk už tvoří kraje Jihočeský, Královéhradecký, Plzeňský, Jihomoravský a Liberecký. Tyto shluky si jsou nejvíce podobné v ukazateli zaměstnanosti, nejvíce se odlišují v ukazateli tvorby hrubého fixního kapitálu. Jedná se o regiony stabilizované s vysokou tvorbou HDP a HPH na obyvatele, kde nejvyšší disparity jsou v THFK na obyvatele a v ČDDD na obyvatele. Pátý shluk zahrnuje 3 kraje, Olomoucký, Moravskoslezský a Ústecký. Tyto kraje jsou zhruba na poloviční hodnotě tvorby HDP a HPH na obyvatele v porovnání s Hlavním městem Prahou, s třetinovou hodnotou tvorby hrubého fixního kapitálu i s nižší hodnotou ČDDD na obyvatele a vykazují i nižší zaměstnanost. Jedná se o regiony zaostávající. V regionech vznikají i problémy se zaměstnaností a potažmo i nezaměstnaností, kde se zejména promítá odlehlost od nodálního centra Moravy i Čech, nedostatky dopravní infrastruktury a tím i málo pracovních příležitostí, nedostatečná úroveň lokalizace kapitálu, která je zřejmá i z ukazatele THFK na obyvatele. Poslední, šestý shluk zahrnuje Kraj Vysočinu, Zlínský a Pardubický kraj. Ukazatele HDP i HPH na obyvatele jsou vyšší než v předchozím shluku, vyšší je i ukazatel THFK s výraznou směrodatnou odchylkou, vyšší je i zaměstnanost a ČDDD na obyvatele.

**Obrázek 1:** Dendrogram roku 2000



Zdroj: czso.cz, vlastní zpracování

**Vytvořené shluky podle hodnot zvolených ukazatelů:**

Shluk 1 Hlavní město Praha,

Shluk 2 Středočeský kraj,

Shluk 3 Karlovarský kraj,

Shluk 4 Jihočeský, Královéhradecký, Plzeňský, Jihomoravský, Liberecký,

Shluk 5 Moravskoslezský, Olomoucký, Ústecký,

Shluk 6 Krajský Vysocina, Zlínský kraj, Pardubický kraj.

**Tabulka 2:** Hodnoty proměnných v jednotlivých shlucích rok 2000

Shluk 1	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	455005	415756	140133	160707	0,661054
Směrodatná odchylka	0	0	0	0	0
Minimum	455005	415756	140133	160707	0,661054
Maximum	455005	415756	140133	160707	0,661054
Shluk 2	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	231500	211530	82719	130226	0,438074

Směrodatná odchylka	0	0	0	0	0
Minimum	231500	211530	82719	130226	0,438074
Maximum	231500	211530	82719	130226	0,438074
Shluk 3	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	196504	179554	44777	122371	0,504371
Směrodatná odchylka	0	0	0	0	0
Minimum	196504	179554	44777	122371	0,504371
Maximum	196504	179554	44777	122371	0,504371
Shluk 4	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	213608	195181	66937	121127	0,476565
Směrodatná odchylka	3364	3073	7708	2491	0,008837
Minimum	209290	191236	58036	117050	0,465453
Maximum	217198	198461	79945	123441	0,489695
Shluk 5	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	183881	168019	51761	113190	0,414251
Směrodatná odchylka	5264	4809	3718	1094	0,004973
Minimum	177830	162490	48629	111756	0,410157
Maximum	190661	174213	56985	114410	0,421251
Shluk 6	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	191624	175094	58656	111828	0,449404
Směrodatná odchylka	3764	3439	5571	1767	0,005231
Minimum	188782	172497	53968	109332	0,442517
Maximum	196943	179954	66483	113180	0,455187

Zdroj: czso.cz, vlastní zpracování

První tři shluky obsahují vždy pouze 1 kraj, takže statistické vyhodnocení ukazatelů není možné provést. Čtvrtý shluk je tvořen pěti kraji, které si jsou nejvíce podobné v ukazatelích zaměstnanosti, kde je směrodatná odchylka (dále SMDCH) 0,0088, dále v ukazatelích ČDDD na obyvatele, kde je SMDCH ve výši 2491 Kč, větší rozdíly už jsou u ukazatelů HDP na obyvatele a HPH na obyvatele, kde SMDCH představuje hodnotu 3364 Kč, resp. 3073 Kč a u THFK na obyvatele jsou rozdíly nejvyšší - 7708 Kč. Pátý shluk zahrnuje 3 kraje, Moravskoslezský, Olomoucký a Ústecký kraj. Rozdíly mezi kraji měřené SMDCH jsou nejnižší u zaměstnanosti 0,0049, u ČDDD 1094 Kč, u THFK v porovnání

s předchozím shlukem jsou menší, pouze 3718 Kč, ale naopak se zvyšují u HPH a zejména u HDP na obyvatele. Šestý shluk obsahuje 3 kraje, SMDCH u zaměstnanosti je na zhruba stejně úrovni 0,0052, zvyšuje se disparita u ČDDD na obyvatele a zejména opět u THFK na obyvatele, kde je SMDCH 5571 Kč, naopak nižší rozdíly jsou u těchto krajů u HPH a HDP na obyvatele. Můžeme konstatovat, že nejnižší rozdíly vykazují kraje v oblasti sociálních ukazatelů a to u zaměstnanosti a ČDDD na obyvatele, kde jsou rozdíly nejmenší. Větší rozdíly vykazují ukazatele ekonomické úrovně, zejména regionální HDP na obyvatele, regionální HPH na obyvatele a nejvyšší rozdíly jsou patrné u ukazatele THFK na obyvatele, který je ale zároveň i ukazatelem růstového potenciálu regionu, takže tyto skutečnosti se potom projevují i v dopadech regionálního rozvoje krajů v dalších letech (viz tabulka 2).

### 3.2 REGIONÁLNÍ DISPARITY V ROCE 2007

**V** roce 2007 vrcholil v zemích EU i ČR ekonomický cyklus, HDP i HPH dosahovaly vysokých hodnot a míra nezaměstnanosti dosahovala svého minima. Proto bylo záměrem porovnat i regionální disparity v tomto roce, jako nástroj poznání, jak budou reagovat regiony na tyto příznivé ekonomické skutečnosti, jak se změní jejich začlenění do jednotlivých shluků a jak se změní výše jednotlivých ukazatelů pod vlivem působení příznivého vlivu rostoucího ekonomického cyklu. Je reálné, že regiony s vysokou tvorbou THFK zlepší své postavení v komparaci všech regionů? Řeší zvýšení THFK problémy regionů v oblasti zaměstnanosti a ekonomického růstu?

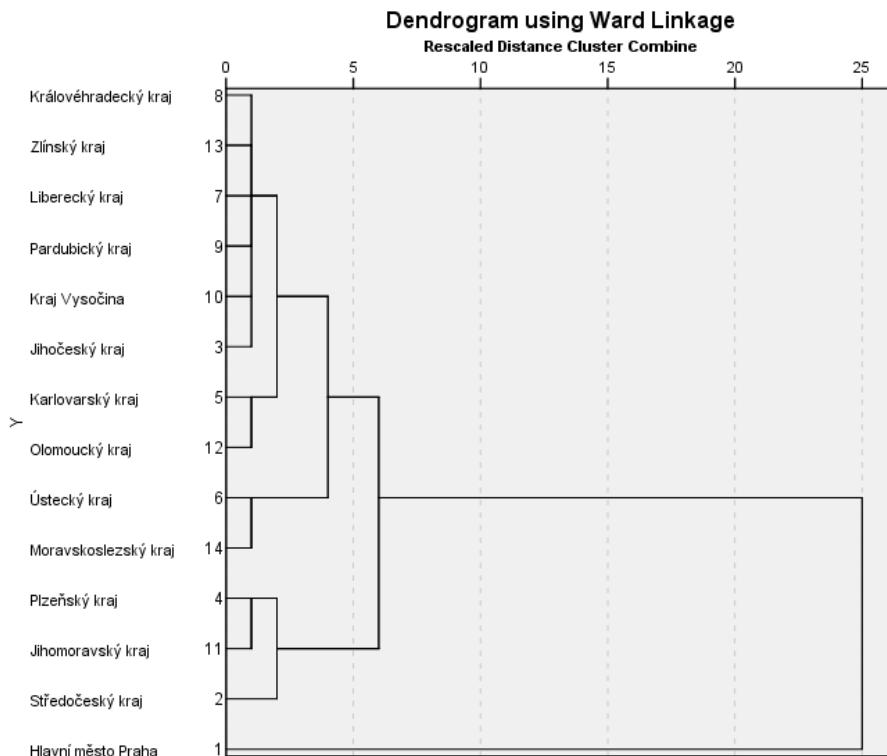
**Tabulka 3:** Vstupní data rok 2007

Kraj	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Hlavní město Praha	807732	732193	254758	242267	0,707863
Středočeský kraj	349521	316834	117610	194520	0,466681
Jihočeský kraj	317797	288077	89014	175282	0,484473
Plzeňský kraj	341415	309485	102998	181250	0,502522
Karlovarský kraj	272027	246587	65215	159741	0,479033
Ústecký kraj	295466	267834	87564	156015	0,421739
Liberecký kraj	289513	262436	69922	169432	0,467361
Královéhradecký kraj	315273	285788	70489	173388	0,475281
Pardubický kraj	311876	282708	81024	167698	0,480495
Kraj Vysočina	306952	278245	86902	171724	0,466502
Jihomoravský kraj	337266	305724	113699	173690	0,484537
Olomoucký kraj	272766	247257	78438	165511	0,455988
Zlínský kraj	300583	272473	76536	172688	0,473592
Moravskoslezský kraj	306426	277769	82340	159438	0,434524

Zdroj: czso.cz, vlastní zpracování

Výsledky analýzy jsou zřejmé z obrázku 2 Dendrogram roku 2007 a tabulky 4 Hodnoty proměnných v jednotlivých shlucích v roce 2007.

**Obrázek 2:** Dendrogram roku 2007



Zdroj: czso.cz, vlastní zpracování

#### **Vytvořené shluky podle hodnot zvolených ukazatelů:**

Shluk 1 Hlavní město Praha,

Shluk 2 Středočeský kraj, Jihomoravský kraj, Plzeňský kraj,

Shluk 3 Moravskoslezský kraj, Ústecký kraj,

Shluk 4 Olomoucký kraj, Karlovarský kraj, Jihočeský kraj, Kraj Vysočina, Pardubický kraj, Liberecký kraj, Zlínský kraj, Královéhradecký kraj.

Pokud povedeme pomyslnou čáru opět ve vzdálenosti 2,5 od počátku, vytvoří se 4 shluky. Je možné uvažovat, že zrychlení ekonomického vývoje vedlo ke zvýšení disparit mezi kraji a k jejich podobnějšímu vývoji a následnému postavení v analýze. V prvním shluku je Hlavní město Praha. Druhý shluk zahrnuje tři výkonné kraje – Středočeský, Jihomoravský a Plzeňský s rychlou dynamikou růstu ekonomických ukazatelů a růstu ČDDD na obyvatele a zaměstnanosti. Jsou to kraje ekonomicky silné, s dostatečným zázemím odvětví s moderní strukturou, generující HDP a zejména HPH na podkladu nových moderních technologií a vysoké úrovně pracovní síly v regionech. Kraj Středočeský

předstihl oba další kraje ve všech ukazatelích mimo zaměstnanost. SMDCH je nejvyšší u ukazatele ČDDD na obyvatele a THFK na obyvatele. Třetí shluk má pouze 2 kraje, Ústecký a Moravskoslezský, které si jsou více podobné v sociálních ukazatelích jak v ČDDD na obyvatele, tak i v zaměstnanosti, naopak vyšší rozdíly vykazují v tvorbě HPH a HDP na obyvatele. Proti čtvrtému shluku vykazují vyšší hodnoty v ekonomických ukazatelích a naopak nižší hodnoty v sociálních ukazatelích ČDDD a zaměstnanosti. Poslední, čtvrtý shluk zahrnuje 8 krajů, došlo k jeho posílení o 2 kraje – Karlovarský a Olomoucký. Pokud se díváme na změny, ke kterým došlo, vidíme, že 3 kraje, které představovaly v roce 2000 samostatný shluk (Vysočina, Zlínský a Pardubický kraj), dostihly kraje 4. shluku a zařadily se do velkého shluku osmi krajů. Větší rozdílnost mezi kraji vyjadřují vyšší hodnoty SMDCH jednotlivých ukazatelů. V rámci tohoto shluku je vidět oddělení krajů Olomouckého a Karlovarského, které vykazují nejnižší hodnoty HDP, HPH a THFK na obyvatele, stejně jako i hodnoty ČDDD na obyvatele. Při posouzení velikosti výdajů na THFK patří k těmto dvěma krajům s nejnižšími výdaji i kraje Liberecký a Královéhradecký, které jsou rovněž potřebné zejména v posílení výdajů státní regionální politiky do tvorby

**Tabulka 4:** Hodnoty proměnných v jednotlivých shluzech 2007

Shluk 1	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	807732	732193	254758	242267	0,707863
Směrodatná odchylka	0	0	0	0	0
Minimum	807732	732193	254758	242267	0,707863
Maximum	807732	732193	254758	242267	0,707863
Shluk 2	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	342734	310681	111436	183153	0,48458
Směrodatná odchylka	5089	4614	6176	8610	0,014632
Minimum	337266	305724	102998	173690	0,466681
Maximum	349521	316834	117610	194520	0,502522
Shluk 3	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	300946	272801	84952	157727	0,428131
Směrodatná odchylka	5480	4967	2612	1712	0,006393
Minimum	295466	267834	82340	156015	0,421739
Maximum	306426	277769	87564	159438	0,434524
Shluk 4	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	298348	270446	77193	169433	0,472841

Směrodatná odchylka	17147	15543	7842	4717	0,008609
Minimum	272027	246587	65215	159741	0,455988
Maximum	317797	288077	89014	175282	0,484473

Zdroj: czso.cz, vlastní zpracování

### 3.3 REGIONÁLNÍ DISPARITY V ROCE 2009

**R**ok 2009 byl rokem, kdy se naplno projevily důsledky finanční a ekonomické krize. Firmy ztratily odběratele, poptávka rapidně klesala a firmy byly nuceny omezovat výrobu a propouštět. Pokud povedeme pomyslnou čáru opět ve vzdálenosti 2,5 od počátku, vytvoří se opět 4 shluky. V 1. shluku je Hlavní město Praha, ve 2. shluku zůstal pouze Středočeský kraj, kraje Jihomoravský a Plzeňský přešly do 3. shluku, kde jsou ještě s kraji Královéhradeckým a Jihočeským. Ve 4. shluku zůstaly zbývající kraje, z tohoto shluku odešly 2 kraje do 3. shluku (Královéhradecký a Jihočeský), do shluku přibyly dva kraje z původního samostatného shluku a to kraje oravskoslezský a Ústecký.

Při porovnání výsledků roku 2007 a 2009 vidíme u 1. shluku, že v ekonomických ukazatelích Hl. m. Praha vykazuje snížení výkonnosti i tvorbu THFK na obyvatele, naopak u ČDDD na obyvatele a u ukazatele zaměstnanosti dochází ke zlepšení hodnot, a to u ČDDD o 14 403 Kč na obyvatele za rok, u ukazatele zaměstnanosti představuje zvýšení 0,0374 p.b. U 2. shluku došlo k poklesu hodnot u všech ekonomických ukazatelů (HDP, HPH i THFK na obyvatele), u 3. ukazatele ČDDD na obyvatele došlo k nárůstu o 29793 Kč na obyvatele a rok, a u zaměstnanosti došlo k poklesu ukazatele o 0,031 p.b. U 3. shluku došlo k nárůstu u všech ukazatelů, odpovídá to i poměrně značné změně v zařazení shluků, kdy sem přešly 2 silné kraje z 2. shluku (Jihomoravský a Plzeňský, které nestačily ustát tlak krize jako Středočeský kraj) a ze 4. shluku z roku 2007 sem přešly nejsilnější kraje tohoto shluku a to Královéhradecký a Jihočeský. V podstatě vznikl nový shluk, který se vytvořil jednak zaostáváním dvou silných krajů a naopak rychlejším rozvojem dvou slabších krajů, pro které se krize stala příležitostí pro využití svého potenciálu. Ve 4. shluku zůstalo 8 zbývajících krajů, u kterých došlo k poklesu u všech ukazatelů mimo ČDDD na obyvatele, kde dochází ke zvýšení. U shluku dochází k nižší diferenciaci v hodnotách ukazatelů, vyjádřené úrovní variačního koeficientu, mimo ukazatele zaměstnanosti, kde je rozdíl vyšší (viz obrázek 3 a tabulka 6).

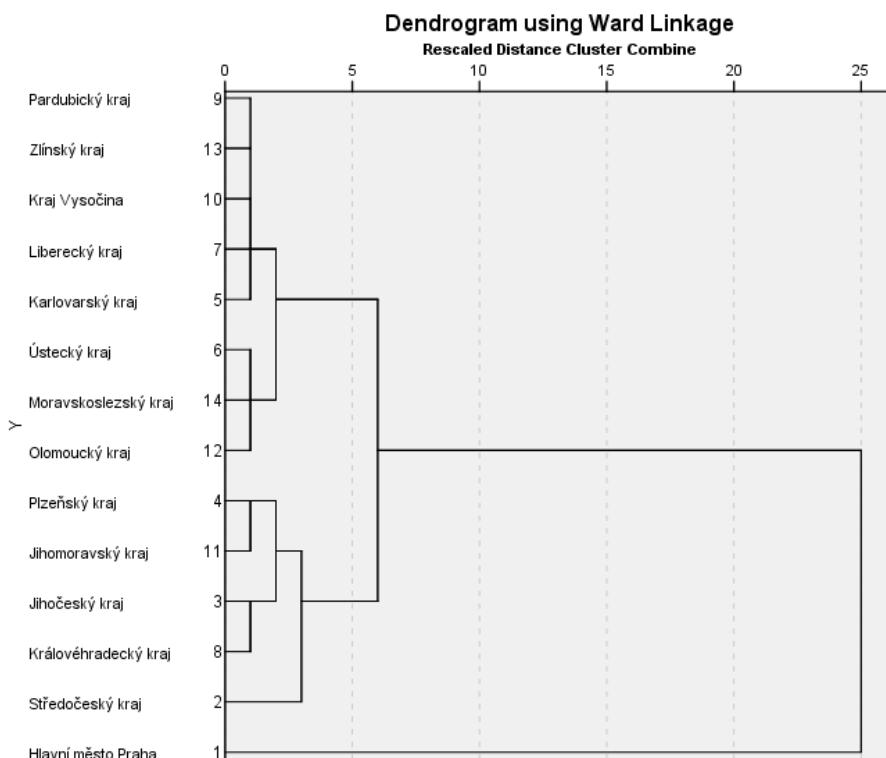
**Tabulka 5:** Vstupní data roku 2009

Kraj	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Hlavní město Praha	805686	729951	236732	256670	0,745230724
Středočeský kraj	338680	306844	95281	212946	0,449189423
Jihočeský kraj	319487	289455	81152	190779	0,471868009

Plzeňský kraj	338474	306657	100147	194960	0,487857997
Karlovarský kraj	274281	248498	65852	175522	0,470535326
Ústecký kraj	306617	277795	80831	175180	0,42101329
Liberecký kraj	280984	254572	68187	181376	0,441381167
Královéhradecký kraj	323375	292977	69618	191516	0,457796148
Pardubický kraj	303432	274909	69888	183148	0,455285073
Kraj Vysočina	302228	273819	72329	186298	0,44387566
Jihomoravský kraj	350464	317520	100576	189170	0,481010149
Olomoucký kraj	279203	252958	90075	179099	0,438822641
Zlínský kraj	316007	286302	68329	181129	0,45067588
Moravskoslezský kraj	303351	274835	78955	177817	0,431054079

Zdroj: czso.cz, vlastní zpracování

Obrázek 3: Dendrogram roku 2009



Zdroj: czso.cz, vlastní zpracování

## Vytvořené shluky podle hodnot zvolených ukazatelů:

Shluk 1 Hlavní město Praha,

Shluk 2 Středočeský kraj,

Shluk 3 Královéhradecký, Jihočeský kraj, Jihomoravský kraj, Plzeňský kraj,

Shluk 4 Olomoucký kraj, Moravskoslezský kraj, Ústecký kraj, Karlovarský kraj, Liberecký kraj, Kraj Vysočina, Zlínský kraj, Pardubický kraj.

**Tabulka 6:** Hodnoty proměnných v jednotlivých shlucích 2009

Shluk 1	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	805686	729951	236732	256670	0,745231
Směrodatná odchylka	0	0	0	0	0
Minimum	805686	729951	236732	256670	0,745231
Maximum	805686	729951	236732	256670	0,745231
Shluk 2	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	338680	306844	95281	212946	0,449189
Směrodatná odchylka	0	0	0	0	0
Minimum	338680	306844	95281	212946	0,449189
Maximum	338680	306844	95281	212946	0,449189
Shluk 3	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	332950	301652	87873	191606	0,474633
Směrodatná odchylka	12351	11190	13138	2114	0,011255
Minimum	319487	289455	69618	189170	0,457796
Maximum	350464	317520	100576	194960	0,487858
Shluk 4	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	295763	267961	74306	179946	0,44408
Směrodatná odchylka	14318	12972	7753	3563	0,014167
Minimum	274281	248498	65852	175180	0,421013
Maximum	316007	286302	90075	186298	0,470535

Zdroj: czso.cz, vlastní zpracování

### 3.4 REGIONÁLNÍ DISPARITY V ROCE 2012

V roce 2012 jsme provedli shlukovou analýzu stejnou metodou, abychom zjistili, jak se změnilo postavení jednotlivých regionů v rámci vytvořených shluků, jak se změnily charakteristiky shluků a k jakým změnám došlo v oblasti rozvojových faktorů regionů. Ze vstupních dat můžeme vidět, že došlo ve všech shlucích ke zvýšení hodnot HDP, HPH a THFK na obyvatele, s výrazným nárůstem ve Středočeském, Jihomoravském a Plzeňském kraji, zejména potom v oblasti THFK v Jihomoravském kraji.

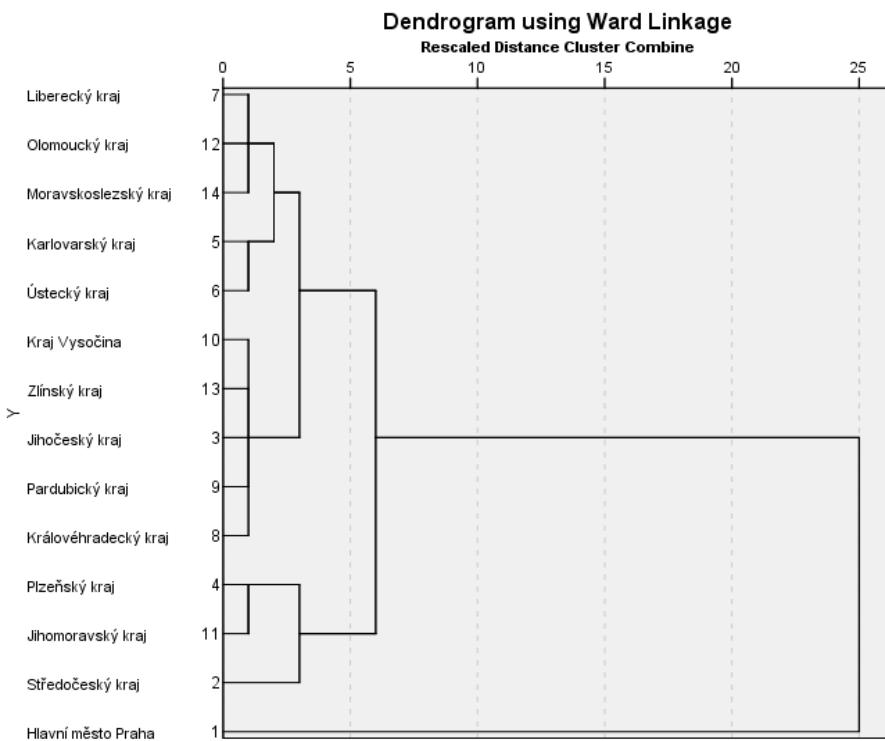
**Tabulka 7:** Vstupní data roku 2012

Kraj	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Hlavní město Praha	803988	723831	216001	260534	0,738684
Středočeský kraj	346878	312295	103409	218548	0,433383
Jihočeský kraj	328013	295311	82158	188247	0,465803
Plzeňský kraj	345810	311334	81351	201386	0,485827
Karlovarský kraj	271879	244773	81737	174720	0,456923
Ústecký kraj	302079	271962	89569	173614	0,413140
Liberecký kraj	301667	271591	78952	183651	0,428851
Královéhradecký kraj	332553	299398	59352	192557	0,453552
Pardubický kraj	308980	278175	77450	188575	0,456495
Kraj Vysočina	323335	291099	76526	189165	0,436025
Jihomoravský kraj	369079	332283	100827	195586	0,482392
Olomoucký kraj	300616	270644	73182	180730	0,433598
Zlínský kraj	323936	291639	73740	185135	0,446079
Moravskoslezský kraj	332678	299510	82462	179495	0,435105

Zdroj: czso.cz, vlastní zpracování

Pomyslnou čáru pro oddělení shluků jsme vedli zhruba ve stejné vzdálenosti jako v předchozích letech. Vytvořilo se pět shluků, které vykazují větší podobnost v jednotlivých ukazatelích (viz obr. 4 a tabulka 8).

**Obrázek 4:** Dendrogram roku 2012



Zdroj: czso.cz, vlastní zpracování

#### Vytvořené shluky podle hodnot zvolených ukazatelů:

Shluk 1 Hlavní město Praha,

Shluk 2 Středočeský kraj,

Shluk 3 Jihomoravský kraj, Plzeňský kraj,

Shluk 4 Královéhradecký, Pardubický, Jihočeský, Zlínský a Kraj Vysočina,

Shluk 5 Liberecký, Olomoucký, Moravskoslezský, Karlovarský a Ústecký.

První shluk tvoří Hlavní město Praha, které se zejména z pohledu HDP, HPH a THFK na obyvatele vzdaluje ostatním krajům. Je to rozvinuté nodální centrum s vysokým tempem růstu. Shluk 2 je tvořen Středočeským krajem, který se vyděluje zejména v oblasti ČDDD na obyvatele a THFK na obyvatele. V některých ukazatelích však už je překonán Jihomoravským krajem z 3. shluku a to v oblasti HDP a HPH na obyvatele, jakož i vyšší zaměstnaností. Třetí shluk zahrnuje dva regiony Jihomoravský a Plzeňský, v obou případech se jedná o regiony rychle rostoucí. Čtvrtý shluk obsahuje pět regionů a to Královéhradecký, Pardubický, Jihočeský, Zlínský a Kraj Vysočina, kdy se jedná o kraje s velkou podobností zkoumaných ukazatelů, s malou směrodatnou odchylkou a stabilní hodnotou HDP, HPH a THFK na obyvatele. Do tohoto shluku se přesunuly regiony Kraj Vysočina, Zlínský a Pardubický kraj. Jedná se o regiony s nízkou dynamikou růstu. Posledním shlukem je pátý shluk, ve kterém se umístily kraje Liberecký, Olomoucký, Moravskoslezský, Karlovarský a Ústecký. Jedná se o kraje s větší disparitou zkoumaných ukazatelů, což je zřejmé i z charakteristik hodnot

uvnitř shluku, jako jsou minimální a maximální hodnoty a úroveň směrodatné odchylky. Relativně vysoká hodnota THFK na obyvatele v krajích Ústeckém, Moravskoslezském a Karlovarském může způsobit rychlý posun těchto krajů v budoucnosti. Celkově lze tyto kraje klasifikovat jako zaostávající až zaostalé (viz tabulka 8).

**Tabulka 8:** Hodnoty proměnných v jednotlivých shlucích rok 2012

Shluk 1	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	803988	723831	216001	260534	0,738684
Směrodatná odchylka	0	0	0	0	0
Minimum	803988	723831	216001	260534	0,738684
Maximum	803988	723831	216001	260534	0,738684
Shluk 2	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	346878	312295	103409	218548	0,433383
Směrodatná odchylka	346878	312295	103409	218548	0,433383
Minimum	346878	312295	103409	218548	0,433383
Maximum	346878	312295	103409	218548	0,433383
Shluk 3	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	357445	321808	91089	198486	0,484110
Směrodatná odchylka	11635	10474	9738	2900	0,001718
Minimum	345810	311334	81351	195586	0,482392
Maximum	369079	332283	100827	201386	0,485827
Shluk 4	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	323363	291124	73845	188736	0,451591
Směrodatná odchylka	7916	7126	7738	2367	0,010026
Minimum	308980	278175	59352	185135	0,436025
Maximum	332553	299398	82158	192557	0,465803
Shluk 5	HDP/ob	HPH/ob	THFK/ob	CDDD/ob	ZAM/ob
Průměr	301784	271696	81180	178442	0,433524
Směrodatná odchylka	19236	17319	5315	3759	0,014053
Minimum	271879	244773	73182	173614	0,413140
Maximum	332678	299510	89569	183651	0,456923

Zdroj: czso.cz, vlastní zpracování

## SHRNUTÍ

 závislosti na vývoji ekonomického cyklu v podmírkách ČR došlo v letech 2000 až 2007 ke zvyšování hodnot ekonomických ukazatelů ve všech krajích republiky a zároveň došlo k redukci shluků regionů z původních 6 v roce 2000 na 4 v roce

2007. Při posouzení vývoje regionálních disparit můžeme konstatovat, že dochází k jejich zvyšování, které lze pozorovat u vývoje variačního koeficientu i SMDCH u ukazatelů HDP a HPH na obyvatele v krajích z hodnoty 0,304 na 0,378, kdy hodnoty obou ukazatelů jsou téměř totožné. U ukazatele THFK je variační koeficient ještě vyšší, kdy z hodnoty 0,345 se navýsil na 0,467. Nejmenší variabilitu vykazuje ČDDD na obyvatele, kde se ve sledovaných letech zvýšila hodnota z 0,102 na 0,117. Podobně i ukazatel zaměstnanosti na obyvatele je poměrně rezistentní ukazatel, který v porovnání obou let představuje zvýšení z 0,127 na 0,133. Kladný vývoj ekonomického cyklu od roku 2000 do roku 2007 zvyšoval regionální disparity v krajích ČR, jak je zřejmé z tabulky 9.

V průběhu ekonomické krize a následujícího období recese je zřejmé, že se snížily regionální disparity krajů a zůstaly zachované 4 shluky (rok 2009), v roce 2012 došlo k rozvrstvení krajů do pěti shluků. Období roku 2009 v porovnání s rokem 2007 je ještě stabilní, kdy diverzifikace statistických hodnot ukazatelů HDP a HPH na obyvatele vykazuje snížení pouze v řádu několika tisícin. U ukazatele ČDDD je diferenciace větší, vykazuje řadové snížení o jednu desetinu a u ukazatele zaměstnanost představuje snížení 3 desetiny. Z vytvořených 4 shluků byly v prvních třech ekonomicky silné regiony, kdy dominuje Hlavní město Praha, které dokázalo nejlépe překonat krizi i následnou recesi v podstatě bez poklesu hodnot nejdůležitějších ekonomických ukazatelů, ve 2. shluku je kraj Středočeský a ve 3. shluku jsou 4 kraje, a to Jihomoravský a Plzeňský kraj, kraje silné v oblasti průmyslového zázemí, silné v tvorbě THFK a vysoké zaměstnanosti, dále Královéhradecký a Jihočeský, ve kterých nedošlo k takovému dopadu krize jako v regionech zahrnutých ve 4. shluku z důvodu diverzifikace odvětví podílejících se na tvorbě HDP regionu. V tomto roce se projevila vysoká výše HDP a HPH na obyvatele v Jihomoravském kraji, který předběhl Středočeský kraj a potom zejména výše zaměstnanosti, kde jak Jihomoravský, tak i Plzeňský kraj vykazují druhé nejvyšší hodnoty zaměstnanosti v ČR. Čtvrtý shluk zahrnuje kraje, které v roce 2007 patřily do velkého shluku osmi krajů, ale zostřené podmínky konkurence nedokázaly lépe překonat, takže sem patří kraje Pardubický, Zlínský, Ústecký, Liberecký, Olomoucký a Kraj Vysočina, které mají podobné výsledky jak v ekonomických, tak i sociálních ukazatelích. Období mezi roky 2009 a 2007 můžeme označit jako ještě poměrně stabilní, sice dochází ke snížování disparit v ekonomických ukazatelích, ale toto snížení je v řádu tisícin hodnoty variačního koeficientu, u ukazatele ČDDD a zaměstnanosti naopak dochází ke zvýšení disparitního vývoje, ale opět je to v řádu setin hodnoty variačního koeficientu.

V roce 2012, který můžeme charakterizovat jako rok, kdy došlo k překonání ekonomické recese, bylo vytvořeno 5 shluků. Vývoje ukazatelů mezi roky 2009 a 2012 ukazuje snížení regionálních disparit, zejména u ekonomických ukazatelů, kdy proti roku 2009 došlo k poklesu variačního koeficientu u HDP a HPH na obyvatele z 0,374 na 0,354, u THFK na obyvatele je pokles ještě větší z 0,460 na 0,397. U ukazatelů ČDDD na obyvatele dochází naopak k nárůstu variačního koeficientu z 0,107 na 0,111, a u zaměstnanosti je situace podobná, kdy dochází k rovněž zvýšení disparit o 2 tisícinu. Lze konstatovat, že období

recese snižuje ekonomické disparity a mírně zvyšuje disparity sociální. Zařazení krajů do shluků je na prvních dvou místech stejné, ve 3. shluku se vydělily kraje Jihomoravský a Plzeňský, kraje s velkým průmyslovým potenciálem, které dominují v oblasti HDP na obyvatele a zaměstnanosti na obyvatele, kdy ale investice do tvorby hrubého domácího kapitálu jsou proti Středočeskému kraji nižší. Ve 4. shluku jsou zastoupeny kraje Královéhradecký, Pardubický, Jihočeský, Zlínský a Kraj Vysočina, které mají nízký potenciál investic do THFK a tím i očekávanou nízkou dynamikou růstu. V posledním, pátém shluku jsou kraje Liberecký, Olomoucký, Moravskoslezský, Karlovarský a Ústecký. Meziregionální rozdíly jsou vysoké, jedná se o shluk s velkými rozdíly ve všech ukazatelích, největší rozdíly vykazují socioekonomicke ukazatele zaměstnanost a ČDDD na obyvatele. Jedná se o typické kraje severozápadních Čech a severní Moravy, kde je potřeba řešit zejména politiku trhu práce a aktivní politiky zaměstnanosti, v Olomouckém kraji i zvýšení THFK v rámci státní regionální politiky. Jako nepříznivé se jeví i zjištěné problémy na trhu práce v těchto regionech, kdy zaměstnavatelé postrádají zejména pracovní síly z oblasti technicky zaměřeného středního a vysokého školství, které by uspokojily poptávku zaměstnavatelů po těchto odbornících zejména v oblasti strojírenského a zpracovatelského průmyslu (Holušová, 2015).

**Tabulka 9:** Hodnoty statistických ukazatelů v jednotlivých krajích ČR

Rok	2000	2007	2009	2012
<b>Hodnota ukazatelů</b>	<b>HDP/ob</b>	<b>HDP/ob</b>	<b>HDP/ob</b>	<b>HDP/ob</b>
směrodatná odchylkla	66883,16	130361,2	129417,9	126274,5
průměr	219826,1	344615,2	345876,4	356535,1
variační koeficient	0,304255	0,37828	0,374174	0,354171
<b>Hodnota ukazatelů</b>	<b>HPH/ob</b>	<b>HPH/ob</b>	<b>HPH/ob</b>	<b>HPH/ob</b>
směrodatná odchylkla	61113,8	118169,9	117252,6	113685
průměr	200863,1	312386,4	313363,7	320989
variační koeficient	0,304256	0,378281	0,374174	0,354171
<b>Hodnota ukazatelů</b>	<b>THFK/ob</b>	<b>THFK/ob</b>	<b>THFK/ob</b>	<b>THFK/ob</b>
směrodatná odchylkla	23029,75	45932,65	41999,21	36216,16
průměr	66683,29	98322,07	91282,29	91194
variační koeficient	0,34536	0,467165	0,460102	0,397133
<b>Hodnota ukazatelů</b>	<b>CDDD/ob</b>	<b>CDDD/ob</b>	<b>CDDD/ob</b>	<b>CDDD/ob</b>
směrodatná odchylkla	12372,4	20639,42	20515,54	21601,49
průměr	120999,5	175903,1	191115	193710,2
variační koeficient	0,102252	0,117334	0,107347	0,111514
<b>Hodnota ukazatelů</b>	<b>ZAM/ob</b>	<b>ZAM/ob</b>	<b>ZAM/ob</b>	<b>ZAM/ob</b>
směrodatná odchylkla	0,059798	0,064713	0,077206	0,077348

průměr	0,469806	0,485756	0,474685	0,46899
variační koeficient	0,127281	0,133221	0,162646	0,164926

Zdroj: czso.cz, vlastní zpracování

V průběhu našeho zkoumání jsme si položili několik otázek:

- Je reálné, že regiony s vysokou tvorbou THFK zlepší své postavení v komparaci všech regionů?
- Řeší zvýšení THFK problémy regionů v oblasti zaměstnanosti a ekonomického růstu?

Na tyto otázky je možné na základě provedené analýzy odpovědět kladně, pokud odhlédneme od objektivních podmínek, které nemůžeme změnit, např. vývoj hospodářského cyklu, je zřejmé, že regiony s většími investicemi do THFK jsou stabilnější, vykazují vyšší hodnoty ekonomického růstu a následně i zvyšování hodnot sociálně ekonomických, jako je ČDDD a zaměstnanost. Je možno konstatovat, že v roce 2012 už jsou vidět pozitivní zásahy státní regionální politiky v této oblasti v krajích Ústeckém, Moravskoslezském, Karlovarském a Libereckém.

## ZÁVĚR

Cílem článku bylo provést regionální analýzu ekonomických a sociálních ukazatelů v krajích České republiky s využitím metody shlukové analýzy, která umožňuje hodnotit stav a vývoj více ukazatelů najednou a porovnávat tak situaci v jednotlivých regionech s cílem získat informace pro aktivní ovlivňování jejich budoucího rozvoje na základě poznání vlivu nejdůležitějších faktorů uvnitř regionů. Porovnání vývoje ekonomického a sociálního rozvoje regionů je základním předpokladem pro stanovení směřování dalšího zaměření regionální politiky ať na státní nebo krajské úrovni. V předloženém článku byla použita metoda shlukové analýzy pro porovnání regionálních rozdílů mezi regiony NUTS 3 v České republice, kdy bylo provedeno porovnání krajů mezi sebou podle vytvořených shluků na základě podobnosti zkoumaných makroekonomických ukazatelů v roce 2000, 2007, 2009 a v roce 2012. Dále bylo provedeno vyhodnocení a porovnání změn mezi regiony, ke kterým došlo jak v důsledku realizované regionální politiky státu a krajů ve zkoumaném časovém období, tak i v důsledku vývoje ekonomického cyklu ve světě. Základním zjištěním provedené analýzy je, že základní pro rozvoj regionů jsou ekonomické předpoklady, ať už dané na základě historického vývoje nebo na základě aktivní státní politiky v rámci restrukturalizace regionů po roce 1990, které vytvářejí předpoklady pro následný rozvoj sociálních ukazatelů a zlepšování podmínek života obyvatelstva, které zůstává v regionu a je rozhodujícím faktorem pro jeho další rozvoj. Shluková analýza umožňuje porovnávat větší počet ukazatelů najednou a stanovit tak regiony, které vykazují podobné vlastnosti jednotlivých ukazatelů. Na základě tohoto členění pak můžeme klasifikovat regiony na rychle rostoucí, rostoucí, s nízkou dynamikou růstu, zaostávající a upadající, viz různé metody a přístupy

autorů, např. Kutscherauer (2010), Kolektiv autorů (2008) a další. Této skutečnosti je možné využít jak pro hodnocení úspěšnosti regionální politiky, tak i jako metodu, která poskytuje dostatek informací pro použití správných strategických postupů v rámci střednědobých i dlouhodobých opatření k rozvoji jednotlivých regionů.

## POUŽITÉ ZDROJE

- [1] Český statistický úřad, (2007, 2012). *Regionální statistiky* [online]. [cit. 2014-04-09]. Dostupné z: [http://www.scitani.cz/slbd2011/redakce.nsf/i/historie\\_scitani](http://www.scitani.cz/slbd2011/redakce.nsf/i/historie_scitani)
- [2] DUFEK, J. – MINAŘÍK, B. (2010). *Hodnocení rozvojového potenciálu krajů České republiky z hlediska lidských zdrojů*. Brno: MZLU Brno. [monografie]
- [3] FÁZIKOVÁ, M. a kol. (2011). *Dimenzie znalostnej ekonomiky v Nitrianskom kraji*. Nitra: SPU. [monografie]
- [4] GaREP. (2009). *Metodická podpora regionálního rozvoje*. <http://www.regionaldevelopment.cz/index.php/diskuze.437/items/definice-pojmu-disparita.html>
- [5] HAHNE, U. (1985). *Regionalentwicklung durch Aktivierung intraregionaler Potentiale*. München: Verlag Florentz.
- [6] HEBÁK, P. - HUSTOPECKÝ, J. - PECÁKOVÁ, I. - PLAŠIL, M. - PRŮŠA, M. - ŘEZANKOVÁ, H. - SVOBODOVÁ, A. - VLACH, P. (2007). *Vícerozměrné statistické metody* (3). 1. vyd. Praha: Informatorium. Praha. [monografie]
- [7] HOLUŠOVÁ, K. (2015). *Význam lidských zdrojů v regionálním rozvoji Moravskoslezského kraje*. Praha: VŠE Praha. [diplomová práce]
- [8] KOLEKTIV AUTORŮ, (2008). *Úvod do regionálních věd a veřejné správy*. 5. vyd. Plzeň: Aleš Čeněk. [monografie]
- [9] KOŽIAK, R. (2008). *Zmierňovanie regionálnych disparít prostredníctvom regionálnej politiky*. Banská Bystrica: UMB Banská Bystrica v spolupráci s OZ Ekonomika. [monografie]
- [10] KOŽIAK, R. *Využitie zhľukovej analýzy pri skúmaní medziregionálnych rozdielov*. In: *XVII. mezinárodní kolokvium o regionálních vědách*. Sborník příspěvků. Brno: Masarykova univerzita, 2014. [článek ve sborníku z konference]
- [11] KUTSCHERAUER, A. a kol. (2010). *Regionální disparity. Disparity v regionálním rozvoji země, jejich pojetí, identifikace a hodnocení*. Ostrava: VŠB-TU. [monografie]
- [12] MAIER, G. - TÖDTLING, F. (1998). *Regionálna a urbanistická ekonomika* 2. vyd. Bratislava: Elita. [monografie]
- [13] MMR. *Strategie místního rozvoje ČR na období 2014 – 2020. Analýza vývojových tendencí a disparit disparity*. [online]. [cit. 2011/4/4] dostupný z <http://apl.czso.cz/pli/rocenka/rocenka.presmsocas>.
- [14] MYRDAL, G. (1957). *Economic Theory and Under-developed regions*. London: Gerald Duckworks.
- [15] OECD (2002). *Geographic Concentration and Territorial Disparity in OECD Countries*. Paris: OECD Publications Service.

- [16] OECD (2003). *Geographic Concentration and Territorial Disparity in OECD Countries*. Paris: OECD Publications Service.
- [17] TVRDOŇ J. (2014). *Od koncepcí lokalizácie k endogennému regionálnemu rozvoju*. In: XVII. mezinárodní kolokvium o regionálních vědách. Sborník příspěvků. Brno: Masarykova univerzita, 2014. S. 21 – 27. [článek ve sborníku z konference]
- [18] VITURKA, M. (2007). *Regionální ekonomie a politika II*. Brno: Masarykova univerzita.
- [19] WOKOUN, R. (2003). Česká regionální politika po vstupu do Evropské Unie. Praha: Vysoká škola ekonomická.
- [20] ŽÍTEK, V., HALÁMEK, P. a kol. (2003). *Teoreticko – metodologická východiska hodnocení regionálních rozvojových projektů*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, ESF. [monografie]
- [22] ŽÍTEK, V., KLÍMOVÁ, V., HORKÁ, L. (2013). *Metodická úskalí regionální konkurenčnosti*. *Ekonomická revue* 2013/1: 30-41. [článek v časopise]

# REGIONAL ANALYSIS OF DISPARITIES IN THE CZECH REPUBLIC REGIONS

## ABSTRACT

This article aims to present the results of the analysis of regional disparities in the Czech regions in terms of economic and social indicators using cluster analysis method. A comparison was made based on the relative values of the indicators in each group of indicators after calculating the population of each region in order to assess the economic and social level regions in 2000, 2007, 2009 and 2012. According to the results of the assessment undertaken regions were divided into several groups, regions of high powerful, stable, backward and underdeveloped. Within this division are then formed in the individual clusters included in the regions with high similarities, but also with the same or very similar problems. This breakdown allows then to apply similar approaches to individual regions within clusters, especially with regard to the allocation of funds from the state budget or the budget of the European funds within the state regional policy.

## KONTAKTNÍ ÚDAJE:

Ing. Libuše Měrtlová, Ph.D.  
Vysoká škola polytechnická Jihlava  
katedra ekonomických studií  
Tolstého 16  
586 01 Jihlava  
e-mail: libuse.mertlova@vspj.cz

Mgr. Martin Prokop  
Vysoká škola polytechnická Jihlava  
Katedra matematiky  
Tolstého 16  
586 01 Jihlava  
e-mail: martin.prokop@vspj.cz

## KEYWORDS:

regional analysis, regional disparities,  
regional policy, macroeconomic  
indicators, cluster analysis, NUTS 3  
regions

# **DEVELOPMENT OF APPS FOR SPORTS WEARABLES DEVICES – SUUNTO, GARMIN, RECON**

## **ABSTRACT**

One of the segments in the smart mobile devices are wearables - smart mobile devices integrated into clothing or to fashion accessories. Thanks to efficient mobile application, these devices are gaining popularity. Although some applications have already been developed, other will be developed due to their unique use. However, different groups of devices are based on different platform.

This paper presents experiences of team from College of Polytechnics Jihlava in development for sports wearables devices. In addition, the first evaluation of smart mobile devices as well as developed applications is presented as a part of this paper. The used hardware is described at first – smart sports watches Suunto Ambit 2, smart sports watches Garmin Fenix 3 and smart sports glasses Recon Jet. Then paper presents specifics of development for each platform – Suunto Script, Garmin Connect IQ and Recon OS. Development of applications for this platforms is very different. Suunto and Garmin use proprietary Suunto Script and proprietary object language Monkey C respectively. Recon use Java based Android development on the other hand.

**MAREK MUSIL  
FRANTIŠEK SMRČKA  
JAKUB NOVOTNÝ  
COLLEGE OF POLYTECHNICS  
JIHLAVA**



Paper concludes that nonproprietary development environment (i.e. Android platform) provides higher potential for further development of user-available applications.

The evaluation of developed applications was done between students.

## **KEYWORDS:**

app development, Garmin Connect IQ, Recon OS, Suunto Script, wearables

## INTRODUCTION

**A**fter the dynamic development of smart phones, despite the further development of this market segment, the current trend in mobile electronics are wearables. Wearables can be defined as smart mobile devices integrated into clothing or to fashion accessories that can be comfortably worn on the body. From market point of view different kinds of smart bracelets and watches are most widespread and most affordable. Specific segment of wearables are smart glasses and watches.

One goal of ongoing project "The use of smart mobile technologies in sports/fitness and nursing care" at College of Polytechnics Jihlava is to test different types of smart sports wearables and to develop set of applications for this wearables.

The purpose of this paper is to present wearables used in the project and to present application development environment for each hardware platform. The focus is oriented on the specific devices mentioned above.

## CHARACTERISTIC OF HARDWARE

In the project we work primarily with two high-end smart watches with heart rate monitor function Suunto Ambit 2 and Garmin Fenix 3 and with smart sports glasses Recon Jet.

### A. SUUNTO AMBIT 2

**D**etailed technical characteristics of the model Suunto Ambit 2 - except common user parameters - are not publicly known. Ambit is a wrist-purpose mobile device with main functionality of sports watches, heart rate monitor and GPS navigation. Matrix LCD with a resolution of 128x128 pixels serves as the display. The device has a built-in Li-ion battery with a capacity of 480 mAh. Connectivity is ensured via USB cable and connection to external sensors via ANT +, or proprietary ANT Suunto. The device has a built-in GPS chip SiRFstarIV, acceleration sensor, temperature sensor (range - 20°C to 60°C with a resolution of 1°C), the barometric sensor (range 950 to 1060 hPa resolution 1 hPa) and the magnetic compass (with a resolution of 1°). It is estimated that internal device memory has 48 megabytes (this information is not offered by manufacturer).

Suunto Ambit series was first heart rate monitor with the ability to download specific (small) applications or even create own applications and add them to the sport modes. Proprietary scripting language is used for writing of these applications - so-called Suunto Apps. Publicly downloadable applications are then available in the App Zone of portal movescount.com.

## B. GARMIN FENIX 3

**G**armin Fenix 3 is a GPS sports watch designed for athletes. The device is equipped with advanced high sensitivity GPS / GLONASS receiver plus new steel antenna located around the color display. Part of the watches are multi-sport training function, dynamics of running, swimming training evaluation, calculation of VO<sub>2</sub> (a measure of aerobic endurance, a maximum utilization of oxygen). In the "Smart" mode watches can last up to six weeks on a single battery charge. Fenix 3 allows also all-day monitoring of activities. It is possible to set a target number of steps per day, count achieved distance and number of steps and burned calories including passive ones.

Fenix 3 has a large, circular, color display with a resolution of 218 x 218 pixels. Watches offers a wide variety of training functions. These include various alarm settings on heart rate, running pace, speed, distance, power. The watch is either possible to set up for simple interval training or set up more complex one via computer adjustment. There are also some ready-made training programs for running and cycling. Connectivity is ensured via USB cable and connection to external sensors or even devices via ANT + and Bluetooth 4.0 (BLE).

**Fig. 1:** Watch Garmin Fenix 3 [1]



Device also offers options to connect to smart mobile phones (Android, iOS) via BLE transmission. Watches are then able to view notifications from phone (SMS, e-mails, calls) or applications (update information, etc.). Interconnection with mobile phone also uses the automatic sending of training data on the training server immediately after use. Another available feature is the online monitoring of the position of the runner on the track. Thanks to built-in Wi-Fi watches are able to send data about training or update software without need to connect to a computer or mobile phone. Furthermore, the watch supports ANT + wireless protocol, mainly used for connecting fitness accessories such as: heart rate sensor, cadence sensor, pedometer, power meter, temperature sensor.

## C. RECON JET

Recon Jet are smart sports eyewear developed and produced by the Canadian company Recon. Their primary destination is use for the sport, especially cycling, but can also be used for certain professions or just for fun. It is basically an integrated mobile computer into sports (sun) glasses.

Fig. 2: Glasses Recon Jet.



The basis is a dual-core processor ARM Cortex-A9 clocked at 1 GHz. Internal flash storage has a capacity of 8 GB, RAM size is 1 GB. The following sensors are built: 3D accelerometer, 3D gyroscope, 3D magnetometer, atmospheric pressure sensor and IR sensor. Glasses also have their own built-in GPS module and can be connected with a number of other external sensor nodes or devices through connectivity protocols via Bluetooth 4.0 and ANT+. There is also a WiFi module that supports IEEE 802.11a / b / g / n. Available is also a Micro USB 2.0 port.

Built display with resolution WQVGA and aspect ratio 16:9 serves for displaying data. Display is located in the bottom right glass and virtually corresponds to the screen with a diagonal measurement of 30" at a distance of about 2 m. Two hardware buttons (ENTER and ESC) and an optical touchpad usable even in rain or gloves serve for control.

Approximately at the level of user's eye is positioned camera for taking pictures or filming short movies shots. The glasses are also equipped with dual microphones and speaker. The power of the entire device provides a removable lithium-ion battery that enables operation of glasses for about 4 hours. Recharging takes place via the Micro USB port. The operating system of glasses is presented under the name Recon OS (at time of writing – version 4.2), but it is a system based on Android OS.

## DIFFERENT DEVICES, DIFFERENT PLATFORM

The development of applications for each type of presented device is very different. Most hardware and development environment restrictions are on Suunto platform but on the other hand it is not difficult to create an application for non-programmer. Garmin a Recon platforms have full-featured development environment. We already have presented application development on the platform Garmin Fenix 3 and Recon Jet in [2] and [3]. Now, we bring extended overview of the development.

### A. SUUNTO SCRIPT

Suunto offers web-based development tool called App designer. It is available on portal movescount.com and in [4]. App designer is working in two user profiles - simplified (graphic creation mode of applications) and advanced one. The advanced version is a full-fledged writing of the script and its validation with the possibility of testing prior to uploading it to the device. There is available reference Guide called Suunto Apps - Developer manual for advanced creation of Suunto Apps.

The basic output of the Suunto script is figure (RESULT) displayed in time format or numbers. This output can be supplemented by the text field before and after the output (PREFIX, POSTFIX). Total number of displayable characters together for PREFIX and POSTFIX is only six. When creating Suunto Apps basic mathematical and logical operators, some mathematical functions and so called Suunto functions are available (beep, backlight, distance and heading between two points according to the geographical coordinates). Over 200 values (variables) are also recorded by the device such as the speed characteristics (current speed, average speed, maximum speed, tempo, etc.), distance characteristic, heart rate, ambient and many others.

One of easiest app can contain only command to display quality of received GPS signal on the scale 0-100 with prefix "GPS":

```
{RESULT = SUUNTO_GPS_STATE; prefix = "GPS";}
```

Second demonstration is code of Suunto application helping to find and display minimal hearth rate of athlete. Minimum value is evaluated in two minutes as an average of 30 s. Futhermore values under 25 beats per minute are not evaluated. Code of resulting apps has the form:

```
if (SUUNTO_DURATION < 120)
{RESULT = SUUNTO_HR; prefix = "HR"; }
if (SUUNTO_DURATION >= 120)
{if (MinHR <= SUUNTO_HR_AVG[ 30 ] )
```

```

{RESULT = MinHR; prefix = "MinHR";}
if (MinHR > SUUNTO_HR_AVG[30] && SUUNTO_HR_AVG[30] < 25)
{RESULT = MinHR; prefix = "MinHR";}
if (MinHR > SUUNTO_HR_AVG[30] && SUUNTO_HR_AVG[30] >= 25)
{MinHR = SUUNTO_HR_AVG[30]; RESULT = MinHR; prefix = "MinHR";}

```

**Fig. 3:** Example of app in Suunto on-line emulator



## B. GARMIN FENIX 3

Fenix 3 model is compatible with the platform Connect IQ, which is an open (but proprietary) platform for wearable electronics produced by Garmin. Connect IQ allows developers to program applications for devices compatible with this platform. It can be found in [5]. Even though IQ Platform Connect was introduced in the second half of 2014, the first compatible devices emerged in the first half of year 2015.

Application for platform Connect IQ (and thus for devices Fenix 3) can be developed in the open source Eclipse environment. First it needs to download and install to appropriate application directory Connect IQ SDK. Developer than can customize and change the look of the display, capture data from sensors watch, create new calculated fields and complete applications.

Applications on Connect IQ platform are programmed in Monkey C programming language. Work with this language is similar to Java, PHP, Ruby or Python. Monkey C is thus some combination of them. It is an object-oriented language that works with Monkey Brains virtual machine, designed for easy application development on mobile devices. It uses reference counting for automatic clean-up of memory, eliminating the need to focus on memory management. Compiler source helps manage different screen layouts between different devices. Requests of Monkey C are dynamically linked to the system. If the application makes reference to an API that doesn't exists on a particular system, the application will fail to run when it refers API, rather than at the time of loading. The documentation for the API can be found at: <http://developer.garmin.com/connect-iq/api-docs/>.

Monkey C functions may include arguments that do not need to declare the type. Also, it is not necessary to declare a return value of the function. The value of the function

returns a return statement. If the function does not return, it returns the last value on the stack.

The documentation can be found at: <http://developer.garmin.com/connect-iq/developer-tools/functions/>

All applications for Connect IQ require manifest file. Manifest is an XML file that specifies the characteristics of applications such as application type and supported products. Manifest file is automatically created for Eclipse plug-ins, but it could be also created manually.

Process of development can be demonstrated on example of an application to change the display (i.e. watch face) with use of own logo. The display has a resolution of 218 x 218 pixels, which is also a limiting factor for the image size. In our case, we chose the size of the graphic 80 x 52 pixels. The default setting is layout.xml file that contains the color and font display for individual inscriptions.

**Fig. 4:** File layout.xml

Node	Content
layout	WatchFace
label	VSPJLabel
id	center
x	15
y	Gfx.FONT_LARGE
font	Gfx.TEXT_JUSTIFY_CENTER
justification	Gfx.COLOR_RED
label	TimeLabel
id	90
x	center
y	Gfx.FONT_NUMBER_THAI_HOT
font	Gfx.TEXT_JUSTIFY_CENTER
justification	Gfx.COLOR_WHITE
label	DateLabel
id	center
x	160
y	Gfx.FONT_TINY
font	Gfx.TEXT_JUSTIFY_CENTER
justification	Gfx.COLOR_WHITE
bitmap	<bitmap id="batteryPicture" filename="../images/batteryPicture.png" x="center" y="165" />
id	id_logo
filename	../images/logo.png
x	110
y	43

There is path to the image displayed on the screen in bitmap section. Program code is in the file MyClocksView.mc. By command using are namespaces imported. OnUpdate function displays time and battery charge status.

```

using Toybox.WatchUi as Ui;
using Toybox.Graphics as Gfx;
using Toybox.System as Sys;
using Toybox.Lang as Lang;

class MyClocksView extends Ui.WatchFace {
    //! Source loading
    function onLayout(dc) {
        setLayout(Rez.Layouts.WatchFace(dc));
    }

    //! Restoring the state of the application and prepare a
    view that is displayed.
    function onShow() {
    }

    //! Actualization
    function onUpdate(dc) {

        // current time
        //-----
        var clockTime = Sys.getClockTime();
        var timeString = Lang.format(((clockTime.hour <= 9)
? "0" : "") + "$1$:" + ((clockTime.min <= 9) ? "0" : "") +
"$2$", [clockTime.hour, clockTime.min.format("%0.2d")]);
        var viewTime = View.findDrawableById("TimeLabel");
        viewTime.setText(timeString);
        //-----

        // charge status
        //-----
        var clockBattery = Sys.getSystemStats();
        var StringBattery = Lang.format("Power: $1$%", [clockBattery.battery.format("%.2d")]);
        var viewBattery = View.findDrawableById("DateLabel");
        viewBattery.setText(StringBattery);
        //-----

        // Calling parent function onUpdate layout
        View.onUpdate(dc);
    }
}

```

Result is shown below on simulator Connect IQ.

**Fig. 5:** The final appearance of the display

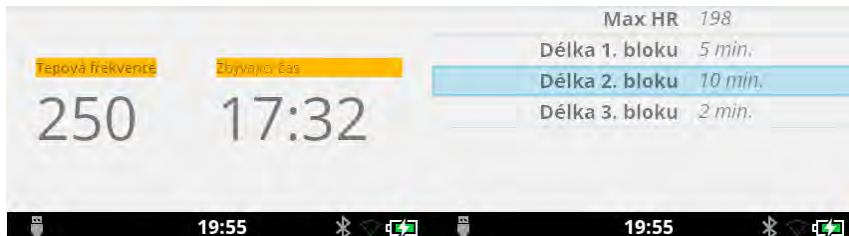


As far as Connect IQ installation, the latest version enforces several changes in the current project.

### C. RECON JET

As Recon OS is based on Android OS the development of applications for this platform is nearly the same as for Android. Described application for fartlek training guidance was developed on the environment of Android Studio, which is supported by Google. You can also use the Eclipse development environment, but this one is not supported by Google. The project had a standard settings API level 16 and used programming language is Java. For the direct connection of glasses and Android Studios it is necessary to install a special driver to PC (USB-driver). For custom tuning then it is necessary to replace also another ADB-driver. This solution enables debugging (debug mode execution) within the real glasses instead of the emulator. Development can be found at [6] and [7]. The training plan is described in [8].

**Fig. 6:** Screen of App Fartlek



You can see on the Figure 6 on the main screen of fartlek application. Left screen informs about the current hearth rate and leads athlete through various stages of training. The right screen shows a individual setting for specific training. These are the parameters: maximum heart rate of athletes, the minimum duration of each phase and any other necessary values. All values are saved and can be changed later (they are editable).

The next developed application is an out-door application that can be used to navigation. This application communicates with GPS. Althoug Recon SDK is proclaimed as the way to gps-connection implementation, we did not succeed. Instead, we realized gps-communication via external mobile support gps. The program segment is shown hereafter.

**Fig. 7:** Example of program segment ensuring gps-communication.

```
try {  
    Location location=m_locationManager.getLastKnownLocation(m_  
provider);  
  
    if (location != null) {  
        onLocationChanged(location);  
    } else {  
        m_tvInfo.setText("GPS is not available");  
    }  
} catch (SecurityException e) {}  
  
double latitude = location.getLatitude();  
double longitude = location.getLongitude();  
  
NavigationInfo navigationInfo = Navigation.GetNewState(new  
GPSCoords(latitude, longitude), m_updateTimeInMilliseconds);
```

## WEARABLES AND THEIR APP EVALUATION

The participating of students into application development was presented in [9] and [10]. However, the main effort was to participate several students in exercise of the subject "Geographic Navigation Systems" and "Information and Reservation Technology". Like the glass and the watch, they tried "fartlek application" especially. They answered the question regarding manipulation with the device, tastefulness of the device as a cosmetic supplement and implemented application evaluation including possibilities of extension.

The conclusion is as follows. Wearables are seen very good (evaluated on a high level). They think, that wearables find employment in sport activities. They may equally be used as a cosmetic supplement. The control of considered wearables and implemented application is fast and easy. As regard the watch, a student places emphasis on robustness and a massive structure. The watch gives an impression of opulence and expensiveness. This student prefers the tested watch to his old watch. As regards the glass, it gave the same conclusion. It is recommended to use rubber band to keeping of the glasses. These students contended with the connection the glass and the hr-belt (chest strap) measuring heart rate.

## CONCLUSION

The purpose of this paper was to acquaint readers with smart sports watches Suunto Ambit 2 and Garmin Fenix 3 and with smart glasses Recon Jet, as well as with the specifics of application development for these platforms. Although the hardware (in particular in both watches models) are significantly weaker compared to the parameters of the current high-end mobile devices, it is sufficient solution in terms of performance and according to the experience from testing at College of Polytechnics Jihlava. Conversely described devices contain all currently available connectivity and built-in sensors for smart sports facilities available on the market. That is significant plus. Given that the operating system of glasses Recon Jet OS is based on Android, the development of applications is not completely different from more common Android platform unlike proprietary platforms Garmin Connect IQ and Suunto Script. This constitutes a significant potential for further development of user-available applications for Jet. From this point of view can be concluded that the main platform for future smart sports devices would be also Android.

We verified that the mentioned platforms include tools for development of the specific applications using GPS or communicating with other external devices (hr-belt). The survey and questionnaire results confirm the expected. The wearables and application are fully utilizable.

The future intent could be detail presentation of implemented applications, students participating on the development or on the testing and deeper investigation of the satisfaction of wearables and their applications.

## REFERENCES

- [1] Garmin [online]. 2015. [cit. 2015-09-02]. Available at: <http://www.garmin.cz/produkty/0/fenix/garmin-fenix3-sapphire-performer.html>.
- [2] MUSIL, Marek, NOVOTNÝ, Jakub. Vývoj aplikací pro chytré brýle RECON JET. LOGOS POLYTECHNIKOS. 2015, 6, 4, s. 109-116. ISSN 1804-3682. Available at: <http://www.vspj.cz/soubory/download/id/5086>
- [3] SMRČKA, František, NOVOTNÝ, Jakub. Vývoj aplikací pro hodinky Garmin Fenix 3. LOGOS POLYTECHNIKOS. 2015, 6, 4, s. 127-138. ISSN 1804-3682. Available at: <http://www.vspj.cz/soubory/download/id/5086>
- [4] Suunto Ambit Family [online]. 2015 [cited 2015-09-20]. Available at: <http://www.suunto.com>
- [5] Garmin fenix3 Sapphire Performer [online]. 2015 [cited 2015-09-02]. See: <http://www.garmin.cz/produkty/0/fenix/garmin-fenix3-sapphire-performer.html>.
- [6] Recon OS: Operating System for Reconfigurable Computing [online]. [cited 2015-09-17]. See: <http://www.reconos.de/>
- [7] Recon Jet [online]. 2015 [cited 2015-09-01]. Available at: <http://www.reconinstruments.com/products/jet/>
- [8] NOVOTNÝ, J. - WINKLEROVÁ, M. How Programmer Plans Training? International Journal of Advanced Computer Science and Information Technology. 2014, Vol. 3, Iss. 4, s. 379-389. ISSN 2296-1739.
- [9] MUSIL, Marek. Zapojení studentů VŠPJ do vývoje mobilních aplikací na platformě Recon Jet. In Informatika XXIX/2016: Sborník abstraktů z mezinárodní odborné pedagogicky zaměřené konference. MOTYČKA, Arnošt. 1. vydání. Brno: Mendelova univerzita v Brně. 2016. s. 1-2. ISBN 978-80-7509-420-9
- [10] SMRČKA, František. Využití hodinek Fénix 3 ve výuce programování. In Informatika XXIX/2016: Sborník abstraktů z mezinárodní odborné pedagogicky zaměřené konference. MOTYČKA, Arnošt. 1. vydání. Brno: Mendelova univerzita v Brně. 2016. s. 1-2. ISBN 978-80-7509-420-9

# VÝVOJ APLIKACÍ PRO SPORTOVNÍ WEARABLES ZAŘÍZENÍ – SUUNTO, GARMIN, RECON

## ABSTRAKT

Jedním ze segmentů chytrých mobilních zařízení jsou wearables - chytrá mobilní zařízení integrovaná do oblečení nebo použitelná jako kosmetický doplněk. Díky efektivitě mobilních aplikací získávají tato zařízení na popularitě. Ačkoliv některé aplikace již byly vyvinuty, další budou vyvíjeny díky jejich unikátnímu využití. Nicméně každá skupina zařízení je postavena na jiné vývojové platformě.

Tento článek prezentuje zkušenosti týmu Vysoké školy polytechnické Jihlava ve vývoji pro sportovní wearables zařízení. Navíc jsou zde prezentovány první zhodnocení jak mobilních wearables zařízení, tak i vyvinutých aplikací. Nejdříve je popsán používaný hardware – chytré sportovní hodinky Suunto Ambit 2, chytré sportovní hodinky Garmin Fenix 3 a chytré sportovní brýle Recon Jet. Článek uvádí specifika jednotlivých zařízení pro každou platformu – Suunto Script, GArmin Connect IQ a Recon OS. Vývoj aplikací na každé platformě je velmi rozdílný. Suunto a Garmin používají Sunto Script and objektový jazyk Monkey C především. Oproti tomu, Recon používá Java postavou na vývoji na platformě Android. Článek nakonec shrnuje, že vývojové prostředí platformy

## KONTAKTNÍ ÚDAJE:

Ing. Marek Musil  
College of Polytechnics Jihlava  
Department of Technical Studies  
Tolstého 16  
586 01 Jihlava  
e-mail: marek.musil@vspj.cz

PaedDr. František Smrčka, Ph.D.  
College of Polytechnics Jihlava  
Department of Technical Studies  
Tolstého 16  
586 01 Jihlava  
e-mail: frantisek.smrcka@vspj.cz

Ing. Jakub Novotný, Ph.D.  
ÚTAM AV ČR v. v. i., Centrum  
Excelence Telč  
Bate洛ovská 485  
588 56 Telč  
e-mail: novotny@itam.cas.cz

Android nabízí větší potenciál pro další vývoj uživatelských aplikací. Hodnocení aplikací bylo provedeno mezi studenty.

## KLÍČOVÁ SLOVA:

vývoj aplikací, Garmin Connect IQ,  
Recon OS, Suunto Script, wearables

# ON HARDY INEQUALITIES INVOLVING DERIVATIVES OF ORDER $\lambda \in (0, 1]$

PETR GURKA  
COLLEGE OF POLYTECHNICS  
JIHLAVA

ABSTRACT. In this note we discuss one-dimensional Hardy-type inequality

$$\left( \int_a^b |u(x)|^q w_1(x) dx \right)^{1/q} \leq C \left( \int_a^b |u^{(\lambda)}(x)|^p w_2(x) dx \right)^{1/p}$$

on an interval  $(a, b) \subset \mathbb{R}$  with  $1 \leq p \leq q \leq \infty$ , where  $w_1$  and  $w_2$  are positive measurable functions and the constant  $C > 0$  is independent of a function  $u$  which satisfies suitable boundary conditions. The symbol  $u^{(\lambda)}$  denotes the derivative of  $u$  of order  $\lambda$ . We study first the case  $\lambda = 1$  and then the inequality with  $\lambda \in (0, 1)$  and  $p = q$ .

## 1. INTRODUCTION

The main goal of this note is to present basic information about one of the most important inequalities in the mathematical analysis, the so called *Hardy inequality*. We show its one-dimensional version involving a derivative of order  $\lambda \in (0, 1]$ . Since this text is not devoted to the specialists, our approach is more or less elementary.

In 1920 G. H. Hardy published in [9] (without proof) the inequality

$$\int_a^\infty \left( \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt \right)^p dx \leq \left( \frac{p}{p-1} \right)^p \int_a^\infty f^p(x) dx, \quad (1.1)$$

where  $p > 1$ ,  $a > 0$  and  $f \geq 0$  is such that  $\int_a^\infty f^p(x) dx < \infty$ .

Later, in the book of Hardy, Littlewood and Pólya [10] (first published in 1934) one could find an inequality, which, written in differential form, is

$$\left( \int_0^\infty |u(t)|^p t^{\alpha-p} dt \right)^{1/p} \leq \frac{p}{|\alpha-p+1|} \left( \int_0^\infty |u'(t)|^p t^\alpha dt \right)^{1/p}, \quad (1.2)$$

where  $1 < p < \infty$ , and  $u$  is a locally absolutely continuous function on  $(0, \infty)$  satisfying

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} u(x) = 0 \quad \text{or} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} u(x) = 0. \quad (1.3)$$

Note that condition (1.3) means that there exists a measurable function  $f$  such that

$$u(x) = \int_0^x f(t) dt \quad \text{or} \quad u(x) = \int_x^\infty f(t) dt. \quad (1.4)$$

Thus, inequality (1.1) is a special case of (1.2). The constant  $\frac{p}{|\alpha-p+1|}$  in (1.2) (whose exact value was found by Landau [17]) is known to be sharp.

In this note we give a survey of results dealing with the following generalization of Hardy's inequality (1.1). For the sake of simplicity we formulate it here for  $p, q < \infty$ .

**Problem 1.1.** Let  $-\infty \leq a < b \leq \infty$ ,  $1 \leq p, q < \infty$ ,  $\lambda \in (0, 1]$  and  $u^{(\lambda)}$  denote the  $\lambda$ -th derivative of a function  $u$ . Find necessary and sufficient conditions on weights (i.e. measurable nonnegative functions)  $w_1, w_2$  so that the inequality

$$\left( \int_a^b |u(x)|^q w_1(x) dx \right)^{1/q} \leq C \left( \int_a^b |u^{(\lambda)}(x)|^p w_2(x) dx \right)^{1/p} \quad (1.5)$$

2000 *Mathematics Subject Classification.* 26D10, 26D15.

*Key words and phrases.* Hardy inequality, derivative of fractional order, slowly varying functions, Muckenhoupt conditions.

The author was supported by Grant No. P201-13-14743S of the Czech Science Foundation.

holds for all suitable  $u$  (i.e. sufficiently smooth and satisfying certain boundary conditions) with a constant  $C > 0$  independent of  $u$ .

*Remark 1.2.* What we mean by the fractional derivative  $u^{(\lambda)}$ ,  $0 < \lambda < 1$ , we specify in Section 3.

In the following Section 2 we introduce a necessary notation and discuss the Hardy-type inequalities of the first order (that is,  $\lambda = 1$ ) with  $p \leq q$ . In Section 3 we investigate the fractional derivative case  $0 < \lambda < 1$  for  $1 \leq p = q \leq \infty$ . In last Section 4 we give some information concerning other generalizations of the Hardy inequality.

## 2. HARDY INEQUALITY WITH THE FIRST ORDER OF DERIVATIVE

Let us start this section with some basic facts and notation.

**Lebesgue spaces.** Let  $-\infty \leq a < b \leq \infty$ , let  $w$  be a *weight* (that is, positive measurable function) on the interval  $(a, b)$  and let  $0 < p \leq \infty$ . By  $L_w^p(a, b)$  we denote the *weighted Lebesgue space* defined as the set of all measurable functions  $f$  on  $(a, b)$  with a finite norm

$$\|f\|_{p,w,(a,b)} = \|f\|_{p,w} = \begin{cases} \left( \int_a^b |f(x)|^p w(x) dx \right)^{1/p} & \text{if } p < \infty, \\ \operatorname{ess\ sup}_{x \in (a,b)} |f(x)|, & \text{if } p = \infty. \end{cases}$$

If  $w \equiv 1$  on  $(a, b)$  we use the notation  $L^p(a, b)$  and  $\|f\|_{p,(a,b)}$  (or  $\|f\|_p$ ) rather than  $L_1^p(a, b)$  and  $\|f\|_{p,1,(a,b)}$  (or  $\|f\|_{p,1}$ ).

A measurable function  $f$  on  $(a, b)$  is called to be *locally integrable* on the interval  $(a, b)$ , written  $f \in L_{\text{loc}}(a, b)$ , if  $f$  belongs to  $L^1(c, d)$  for arbitrary  $c, d \in \mathbb{R}$  such that  $a < c < d < b$ .

**Lemma 2.1** (Hölder inequality). *Let  $p \in [1, \infty]$  and  $p' \in [1, \infty]$  denotes the associated exponent, that is*

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1.$$

*If  $f \in L^p(a, b)$  and  $g \in L^{p'}(a, b)$  then  $fg \in L^1(a, b)$  and*

$$\int_a^b |f(x)g(x)| dx \leq \|f\|_p \|g\|_{p'}. \quad (2.1)$$

*Conversely, a measurable function  $f$  belongs to  $L^p(a, b)$  if and only if*

$$\sup \left\{ \int_a^b |f(x)g(x)| dx ; \|g\|_{p'} \leq 1 \right\} < \infty$$

*Moreover,*

$$\|f\|_p = \sup \left\{ \int_a^b |f(x)g(x)| dx ; \|g\|_{p'} \leq 1 \right\}. \quad (2.2)$$

*Proof.* A proof of this assertion for  $p \in (1, \infty)$  can be found e.g. in [1], for  $p = 1$  or  $p = \infty$  it is an easy exercise, and so it is left to the reader.  $\square$

Inequality (1.5) for  $\lambda = 1$  and  $1 \leq p \leq q \leq \infty$  can be characterized by the Muckenhoupt-type conditions (conditions (i), (ii) of Theorem 2.2, or (2.5) below, cf. [19] for  $p = q$ ).

**Theorem 2.2.** *Let  $-\infty \leq a < b \leq \infty$ ,  $1 \leq p \leq q \leq \infty$ . There exists a constant  $C > 0$  such that, for all  $u$  absolutely continuous on  $(a, b)$ ,*

$$\|u\|_{q,w_1,(a,b)} \leq C \|u'\|_{p,w_2,(a,b)} \quad (2.3)$$

*if and only if*

- (i) either  $u(a) = 0$  and  $\sup_{a < R < b} \|w_1^{1/q}\|_{q,(R,b)} \|w_2^{-1/p}\|_{p',(a,R)} < \infty$ ,
- (ii) or  $u(b) = 0$  and  $\sup_{a < R < b} \|w_1^{1/q}\|_{q,(a,R)} \|w_2^{-1/p}\|_{p',(R,b)} < \infty$ .

We give here an elementary proof of Theorem 2.2 for  $p, q \in (1, \infty)$ . At first we prove its integral version for  $u(a) = 0$ .

**Lemma 2.3.** Let  $-\infty \leq a < b \leq \infty$ ,  $1 < p \leq q < \infty$  and  $w_1, w_2$  be two weights on  $(a, b)$ . There exists a constant  $C > 0$  such that, for any measurable  $f$  on  $(a, b)$ ,

$$\left( \int_a^b \left| \int_a^x f(t) dt \right|^q w_1(x) dx \right)^{1/q} \leq C \left( \int_a^b |f(x)|^p w_2(x) dx \right)^{1/p} \quad (2.4)$$

if and only if

$$A = \sup_{a < R < b} A(R) = \sup_{a < R < b} \left( \int_R^b w_1(x) dx \right)^{1/q} \left( \int_a^R w_2^{-p'/p}(x) dx \right)^{1/p'} < \infty. \quad (2.5)$$

Moreover,

$$A \leq C \leq 4A.$$

*Proof.* To avoid trivial cases we may assume that  $f \neq 0$  on a subset of  $(a, b)$  with positive measure, and  $A(R) < \infty$  for all  $R \in (a, b)$ . Then

$$\int_a^x |f(t)| dt > 0 \quad \text{for some } x \in (a, b) \quad (2.6)$$

and

$$\int_a^x |f(t)| dt < \infty \quad \text{for all } x \in (a, b). \quad (2.7)$$

The second property follows due to Hölder's inequality (2.1). Indeed, if (2.7) does not hold for some  $x \in (a, b)$ , then

$$\infty = \int_a^x |f(t)| dt \leq \left( \int_a^x w_2^{-p'/p}(x) dx \right)^{1/p'} \left( \int_a^b |f(t)|^p w_2(x) dt \right)^{1/p}$$

and, by  $\int_a^x w_2^{-p'/p} < \infty$ , we can see that  $(\int_a^b |f(t)|^p w_2(x) dt)^{1/p} = \infty$  and inequality (2.4) is trivially satisfied.

*Proof of (2.5)  $\implies$  (2.4).* Let  $f$  be a measurable function on  $(a, b)$  satisfying conditions (2.6) and (2.7). Since the function  $F(x) = \int_a^x |f|$  is nondecreasing and continuous on  $(a, b)$ ,  $F(a) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow b^-} F(b) > 0$ , there exists an increasing sequence  $\{x_k\}_{k=-\infty}^N \subset (a, b)$ , with  $N \in \mathbb{Z} \cup \{\infty\}$ , such that

$$F(x_k) = \int_a^{x_k} |f(t)| dt = 2^k, \quad k \in \mathbb{Z}, k \leq N. \quad (2.8)$$

For those  $k$  denote

$$\mathcal{I}_k = [x_{k-1}, x_k].$$

Observe that  $\bigcup_k \mathcal{I}_k \subset (a, b)$ , the intervals  $\mathcal{I}_k$  are disjoint and  $\int_{\mathcal{I}_k} |f(t)| dt = 2^{k-1}$  (since  $2^{k-1} = 2^k - 2^{k-1} = F(x_k) - F(x_{k-1}) = \int_{\mathcal{I}_k} |f(t)| dt$ ). Then, using (2.8), we obtain

$$\begin{aligned} \int_a^b \left| \int_a^x f(t) dt \right|^q w_1(x) dx &\leq \int_a^b F^q(x) w_1(x) dx \\ &\leq \sum_{k=-\infty}^{N-1} F^q(x_{k+1}) \int_{\mathcal{I}_{k+1}} w_1(x) dx = \sum_{k=-\infty}^{N-1} 2^{q(k+1)} \int_{\mathcal{I}_{k+1}} w_1(x) dx \\ &= 4^q \sum_{k=-\infty}^{N-1} \left( \int_{\mathcal{I}_k} |f(x)| dx \right)^q \left( \int_{\mathcal{I}_{k+1}} w_1(x) dx \right). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Now we estimate the first term in the product on the right hand side by Hölder's inequality (2.1):

$$\begin{aligned} \int_{\mathcal{I}_k} |f(x)| dx &\leq \left( \int_{\mathcal{I}_k} |f(x)|^p w_2(x) dx \right)^{1/p} \left( \int_{\mathcal{I}_k} w_2(x)^{-p'/p} dx \right)^{1/p'} \\ &\leq \left( \int_{\mathcal{I}_k} |f(x)|^p w_2(x) dx \right)^{1/p} \left( \int_a^{x_k} w_2(x)^{-p'/p} dx \right)^{1/p'}. \end{aligned}$$

Hence, by (2.9), (2.5) and the fact that  $q/p \geq 1$ ,

$$\begin{aligned} &\int_a^b \left| \int_a^x f(t) dt \right|^q w_1(x) dx \\ &= 4^q \sum_{k=-\infty}^{N-1} \left( \int_{\mathcal{I}_k} |f(x)|^p w_2(x) dx \right)^{q/p} \left( \int_a^{x_k} w_2(x)^{-p'/p} dx \right)^{q/p'} \left( \int_{x_k}^b w_1(x) dx \right) \\ &\leq 4^q A^q \sum_{k=-\infty}^{N-1} \left( \int_{\mathcal{I}_k} |f(x)|^p w_2(x) dx \right)^{q/p} \leq 4^q A^q \left( \sum_{k=-\infty}^{N-1} \int_{\mathcal{I}_k} |f(x)|^p w_2(x) dx \right)^{q/p} \\ &\leq 4^q A^q \left( \int_a^b |f(x)|^p w_2(x) dx \right)^{q/p}. \end{aligned}$$

Thus,

$$\left( \int_a^b \left| \int_a^x f(t) dt \right|^q w_1(x) dx \right)^{1/q} \leq 4 A \left( \int_a^b |f(x)|^p w_2(x) dx \right)^{1/p}.$$

*Proof of (2.4)  $\Rightarrow$  (2.5).* Let  $f$  be a measurable function such that

$$\left( \int_a^b |f(x)|^p w_2(x) dx \right)^{1/p} \leq 1. \quad (2.10)$$

Then we obtain from (2.4)

$$\begin{aligned} C &\geq C \left( \int_a^b |f(x)|^p w_2(x) dx \right)^{1/p} \geq \left( \int_a^b \left| \int_a^x f(t) dt \right|^q w_1(x) dx \right)^{1/q} \\ &\geq \left( \int_a^b \left| \int_a^x f(t) dt \right|^q \chi_{(R,b)}(x) w_1(x) dx \right)^{1/q} \geq \left( \int_a^b \left| \int_a^R f(t) dt \right|^q \chi_{(R,b)}(x) w_1(x) dx \right)^{1/q} \\ &= \left| \int_a^R f(x) dx \right| \left( \int_R^b w_1(x) dx \right)^{1/q} \quad (2.11) \end{aligned}$$

(where  $\chi_M$  denotes the characteristic function of a set  $M$ ). Observe that

$$\sup \left\{ \left| \int_a^R f(x) dx \right|; \left( \int_a^b |f(x)|^p w_2(x) dx \right)^{1/p} \leq 1 \right\} = \left( \int_a^R w_2^{-p'/p}(x) dx \right)^{1/p'}.$$

Indeed, it can be easily seen from  $\left| \int_a^R f(x) dx \right| = \left| \int_a^b (f(x) w_2(x)^{1/p}) (\chi_{(a,R)}(x) w_2(x)^{-1/p}) dx \right|$  and the fact that  $\left( \int_a^b |f(x)|^p w_2(x) dx \right)^{1/p} = \left( \int_a^b |g(x)|^p dx \right)^{1/p} \leq 1$  for  $g(x) = f(x) w_2(x)^{1/p}$  by (2.2) (with  $p'$  in place of  $p$  and  $\chi_{(a,R)}(x) w_2(x)^{-1/p}$  in place of  $f$ ). Thus, taking supremum in (2.11) over all  $f$  satisfying (2.10) and all  $R \in (a, b)$ , we arrive to

$$A \leq C,$$

and the proof is completed.  $\square$

*Remark 2.4.* Note that in the proof of the implication (2.4)  $\Rightarrow$  (2.5) we do not need the assumption  $p \leq q$ .

From the relationship between (1.3) and (1.4) it is clear that we have proved Theorem 2.2 for the case  $u(a) = 0$  (under the restriction  $p, q \in (1, \infty)$ ). It remains to deal with the case  $u(b) = 0$ . A corresponding result (in integral form) reads as follows.

**Lemma 2.5.** *Let  $-\infty \leq a < b \leq \infty$ ,  $1 < p \leq q < \infty$  and  $w_1, w_2$  be two weights on  $(a, b)$ . There exists a constant  $C > 0$  such that, for any measurable  $f$  on  $(a, b)$ ,*

$$\left( \int_a^b \left| \int_x^b f(t) dt \right|^q w_1(x) dx \right)^{1/q} \leq C \left( \int_a^b |f(x)|^p w_2(x) dx \right)^{1/p}$$

*if and only if*

$$B = \sup_{a < R < b} B(R) = \sup_{a < R < b} \left( \int_a^R w_1(x) dx \right)^{1/q} \left( \int_R^b w_2^{-p'/p}(x) dx \right)^{1/p'} < \infty.$$

Moreover,

$$B \leq C \leq 4B.$$

*Proof.* This assertion directly follows from Lemma 2.3 using the duality argument (Lemma 2.6 below).  $\square$

**Lemma 2.6.** *Let  $-\infty \leq a < b \leq \infty$  and  $p, q \in (1, \infty)$ . Given weights  $w_1, w_2$  on  $(a, b)$ . There exists a constant  $C > 0$  such that, for all measurable  $f \geq 0$  on  $(a, b)$ ,*

$$\left( \int_a^b \left( \int_a^x f(t) dt \right)^q w_1(x) dx \right)^{1/q} \leq C \left( \int_a^b f(x)^p w_2(x) dx \right)^{1/p}$$

*if and only if, for all measurable  $g \geq 0$  on  $(a, b)$ ,*

$$\left( \int_a^b \left( \int_x^b g(t) dt \right)^{p'} w_2(x)^{-p'/p} dx \right)^{1/p'} \leq C \left( \int_a^b g(x)^{q'} w_1(x)^{-q'/q} dx \right)^{1/q'}.$$

*Proof.* The proof is simple but a little bit technical. It uses (2.2) and the Fubini theorem. We are not going to present it here and refer the reader e.g. to [5].  $\square$

*Remark 2.7.* We restricted here only to the case  $1 \leq p \leq q \leq \infty$ . Results for  $p > q$  were derived by Maz'ja in 1979 (see [18]). By Remark 2.4 it is clear that a sufficient condition for (2.3) in this case must be stronger than (2.5). More information about that as well as about other results for larger ranges of parameters  $p, q$  can be found e.g. in the book of Opic and Kufner [20].

### 3. HARDY INEQUALITY OF FRACTIONAL ORDER

In this section we discuss inequalities of the type

$$\left( \int_0^\infty |u(t)|^p w_1(t) dt \right)^{1/p} \leq C \left( \int_0^\infty \int_0^\infty |u(t) - u(s)|^p w_2(|t-s|) dt ds \right)^{1/p}, \quad (3.1)$$

where  $1 \leq p \leq \infty$ ,  $w_1, w_2$ , are weights, and  $C$  is a positive constant independent of a locally integrable function  $u$  which satisfies suitable vanishing conditions near zero or near infinity.

We present here a survey of results mainly from [8], where these inequalities are characterized for weights

$$w_i(t) = t^{\eta_i} b_i(t), \quad i = 1, 2, \quad (3.2)$$

where  $\eta_i \in \mathbb{R}$  and  $b_i$  are *slowly varying functions* (see Definition 3.5 below).

**Notion of fractional derivative.** Important tools in modern theory of differential equations are function spaces, namely, the so called *Sobolev spaces*, which are spaces of functions whose derivatives are integrable. More precisely, assume that  $-\infty \leq a < b \leq \infty$  and  $p \in [1, \infty]$ . *Sobolev space*  $W^{1,p}(a, b)$  is a space of all measurable functions  $u$  on  $(a, b)$  such that  $u \in L^p(a, b)$  and  $u' \in L^p(a, b)$  (the derivative  $u'$  is considered in the distributional sense) with a finite norm

$$\|u\|_{W^{1,p}} = \|u\|_p + \|u'\|_p. \quad (3.3)$$

We also introduce a *Sobolev space with zero traces*  $W_0^{1,p}(a, b)$  as the closure of  $C_0^\infty(a, b)$  (the space of infinitely differentiable functions compactly supported in  $(a, b)$ ) in the norm (3.3).

Note that the space  $C^\infty(a, b)$  of infinitely differentiable functions on  $(a, b)$  is dense in  $W^{1,p}(a, b)$ , that is,  $W^{1,p}(a, b)$  is the closure of  $C^\infty(a, b)$  in the norm (3.3).

We define  $W^{\lambda,p}(a, b)$ , the *Sobolev space of fractional order*  $\lambda$ ,  $\lambda \in (0, 1)$ , as the set of all functions  $u \in L^p(a, b)$  with a finite norm

$$\|u\|_{W^{\lambda,p}} = \|u\|_p + \left\| \frac{u(x) - u(y)}{|x - y|^{\lambda+1/p}} \right\|_{p,(a,b) \times (a,b)}. \quad (3.4)$$

Note that, for  $p < \infty$ ,

$$\left\| \frac{u(x) - u(y)}{|x - y|^{\lambda+1/p}} \right\|_{p,(a,b) \times (a,b)} = \left( \int_a^b \int_a^b \frac{|u(x) - u(y)|^p}{|x - y|^{\lambda p+1}} dx dy \right)^{1/p}.$$

Sobolev spaces of fractional order considered here are in fact the *Besov spaces*. These spaces play an important role not only in the theory of differential equations, but also in the interpolation theory. For more details we refer the reader to the monographs [13], [3], or [1].

**From the history.** Fractional Hardy's inequality was investigated by Jakovlev [12] in 1961. In this paper we can find the following result.

**Theorem 3.1** (Jakovlev). *Let  $p \in (1, \infty)$  and  $\lambda \in (0, \frac{1}{p}) \cup (\frac{1}{p}, 1)$ . Then there is a positive constant  $C$  such that*

$$\left( \int_0^\infty \frac{|u(t) - u(0)|^p}{t^{\lambda p}} dt \right)^{1/p} \leq C \left( \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{|u(t) - u(s)|^p}{|t - s|^{\lambda p+1}} dt ds \right)^{1/p}$$

holds for all  $u \in C^\infty(0, \infty)$ .

*Remark 3.2.* The additional term  $u(0)$  on the left-hand side of the inequality is essential for the case  $\lambda > 1/p$ .

Almost the same result was derived independently by Grisvard [6] in 1963.

**Theorem 3.3** (Grisvard). *Let  $p \in (1, \infty)$  and  $\lambda \in (0, \frac{1}{p}) \cup (\frac{1}{p}, 1)$ . Then there is a positive constant  $C$  such that*

$$\left( \int_0^\infty \frac{|u(t)|^p}{t^{\lambda p}} dt \right)^{1/p} \leq C \left( \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{|u(t) - u(s)|^p}{|t - s|^{\lambda p+1}} dt ds \right)^{1/p}$$

holds for all  $u \in C_0^\infty(0, \infty)$ .

*Remark 3.4.* The restriction  $\lambda \in (0, \frac{1}{p}) \cup (\frac{1}{p}, 1)$  is essential. If  $\lambda \notin (0, 1)$ , then the right-hand side is infinite for each  $u \in C_0^\infty(0, \infty)$ ,  $u \not\equiv 0$ . If  $p > 1$  and  $\lambda = 1/p$ , then there is no finite constant  $C$  such that inequality holds for all functions in question.

For more details about the history we refer the reader to [15, Chapter 5].

**Slowly varying functions.** First we introduce some notation. We write  $A \lesssim B$  (or  $A \gtrsim B$ ) if  $A \leq cB$  (or  $cA \geq B$ ) for some positive constant  $c$  independent of appropriate quantities involved in the expressions  $A$  and  $B$ . We write  $A \approx B$  if  $A \lesssim B$  and  $A \gtrsim B$ .

**Definition 3.5.** Nonnegative measurable function  $b$  is called *slowly varying* on  $(0, \infty)$ , if for any  $\varepsilon > 0$  there are functions  $g_\varepsilon$ , which is nonnegative and nondecreasing, and  $g_{-\varepsilon}$ , which is nonnegative and nonincreasing, such that

$$t^\varepsilon b(t) \approx g_\varepsilon(t) \quad \text{and} \quad t^{-\varepsilon} b(t) \approx g_{-\varepsilon}(t) \quad \text{for all } t > 0.$$

**Examples 3.6.** Examples of slowly varying functions on  $(0, \infty)$  are:

- $b \equiv 1$ ;
- logarithmic functions  $b(t) = \prod_{i=1}^m \ell_i^{\alpha_i}(t)$ ,  $t > 0$ , where  $\alpha_1, \dots, \alpha_m \in \mathbb{R}$ , and, for  $t > 0$ ,  $\ell_1(t) = 1 + |\log t|$ ,  $\ell_i(t) = \ell_1(\ell_{i-1}(t))$  if  $i > 1$ ;
- a function  $b(t) = \exp(|\log t|^a)$ ,  $a \in (0, 1)$ .

**Statements of main results.** The following Hardy-type inequalities of the type (3.2) hold.

**Theorem 3.7.** Let  $1 < p \leq \infty$ ,  $\lambda \in (\frac{1}{p}, 1)$ ,  $b$  be a slowly varying function. Then the inequality

$$\left\| \frac{u(t)}{t^\lambda b(t)} \right\|_{p,(0,\infty)} \lesssim \left\| \frac{u(t) - u(s)}{|t-s|^{\lambda+1/p} b(|t-s|)} \right\|_{p,(0,\infty) \times (0,\infty)} \quad (3.5)$$

holds for all  $u \in L_{\text{loc}}(0, \infty)$  satisfying condition

$$\lim_{t \rightarrow 0+} \frac{1}{t} \int_0^t u(s) ds = 0. \quad (3.6)$$

**Theorem 3.8.** Let  $1 \leq p < \infty$ ,  $\lambda \in (0, \frac{1}{p})$ ,  $b$  be a slowly varying function. Then inequality (3.5) holds for all  $u \in L_{\text{loc}}(0, \infty)$  satisfying condition

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} \int_0^t u(s) ds = 0. \quad (3.7)$$

*Remark 3.9.* The integral  $\int_0^t u(s) ds$  (in (3.6) and (3.7)) is defined as  $\lim_{\delta \rightarrow 0+} \int_\delta^t u(s) ds$ .

We outline a proof of the first theorem, the second one can be proved by similar arguments.

*Sketch of proof of Theorem 3.7.* For  $u$  satisfying (3.6) put

$$v(t) = u(t) - \frac{1}{t} \int_0^t u(s) ds.$$

Then

$$u(t) = v(t) + \int_0^t \frac{v(s)}{s} ds, \quad t \in (0, \infty).$$

Thus, we have

$$\left\| \frac{u(t)}{t^\lambda b(t)} \right\|_p \leq \left\| \frac{v(t)}{t^\lambda b(t)} \right\|_p + \left\| \frac{1}{t^\lambda b(t)} \int_0^t \frac{v(s)}{s} ds \right\|_p$$

Estimating the second term on the right hand side by Lemma 2.3 we obtain

$$\left\| \frac{u(t)}{t^\lambda b(t)} \right\|_p \lesssim \left\| \frac{v(t)}{t^\lambda b(t)} \right\|_p = \left\| \frac{1}{t^\lambda b(t)} \left( u(t) - \frac{1}{t} \int_0^t u(s) ds \right) \right\|_p. \quad (3.8)$$

Further, since  $b$  is a slowly varying function, we have

$$\left\| \frac{1}{t^\lambda b(t)} \left( u(t) - \frac{1}{t} \int_0^t u(s) ds \right) \right\|_p \lesssim \left\| \frac{u(t) - u(s)}{|t-s|^{\lambda+1/p} b(|t-s|)} \right\|_{p,(0,\infty) \times (0,\infty)}$$

(see [8, Lemma 3.12] for the details). Together with (3.8) the last estimate gives (3.5).  $\square$

In the next theorem we claim that inequality (3.5) is optimal.

**Theorem 3.10.** *Let  $1 \leq p \leq \infty$ . Suppose that  $\lambda_1 \in (0, \frac{1}{p}) \cup (\frac{1}{p}, 1)$ ,  $\lambda_2 \in (0, 1)$ ,  $b_1, b_2$  are slowly varying functions and there is a positive constant  $C$  such that the inequality*

$$\left\| \frac{u(t)}{t^{\lambda_2} b_2(t)} \right\|_p \leq C \left\| \frac{u(t) - u(s)}{|t-s|^{\lambda_1+1/p} b_1(|t-s|)} \right\|_{p,(0,\infty) \times (0,\infty)} \quad (3.9)$$

*holds for all  $u \in L_{loc}(0, \infty)$  satisfying condition (3.6) or condition (3.7). Then  $\lambda_1 = \lambda_2$  and  $1/b_1 \lesssim 1/b_2$ .*

*Sketch of proof.* It can be proved directly that (see [8, Lemma 3.16])

$$\left\| \frac{u(t) - u(s)}{|t-s|^{\lambda_1+1/p} b_1(|t-s|)} \right\|_{p,(0,\infty) \times (0,\infty)} \lesssim \left\| \frac{u'(t)}{t^{\lambda_1-1} b_1(t)} \right\|_p.$$

Together with (3.9) it implies that

$$\left\| \frac{u(t)}{t^{\lambda_2} b_2(t)} \right\|_p \lesssim \left\| \frac{u'(t)}{t^{\lambda_1-1} b_1(t)} \right\|_p.$$

The proof is completed by Theorem 2.2.  $\square$

Inequality (3.9) does not hold when  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1/p$  and  $b_1 = b_2$ . For  $\lambda_1 = 1/p$  we have the following result.

**Theorem 3.11.** *Let  $1 < p < \infty$  and let  $b_1, b_2$  be slowly varying functions. Then the inequality*

$$\left\| \frac{u(t)}{t^{1/p} b_2(t)} \right\|_{p,(0,\infty)} \lesssim \left\| \frac{u(t) - u(s)}{|t-s|^{2/p} b_1(|t-s|)} \right\|_{p,(0,\infty) \times (0,\infty)} \quad (3.10)$$

*holds for all  $u \in L_{loc}(0, \infty)$  satisfying condition (3.6) if and only if*

$$\sup_{R>0} \|x^{-\frac{1}{p}} b_2(x)^{-1}\|_{p,(R,\infty)} \|x^{-\frac{1}{p'}} b_1(x)\|_{p',(0,R)} < \infty.$$

**Theorem 3.12.** *Let  $1 < p < \infty$  and let  $b_1, b_2$  be slowly varying functions. Then inequality (3.10) holds for all  $u \in L_{loc}(0, \infty)$  satisfying condition (3.7) if and only if*

$$\sup_{R>0} \|x^{-\frac{1}{p}} b_2(x)^{-1}\|_{p,(0,R)} \|x^{-\frac{1}{p'}} b_1(x)\|_{p',(R,\infty)} < \infty.$$

*Idea of proof of Theorem 3.11 and 3.12.* The assertions can be proved similarly as Theorem 3.7 and Theorem 3.10. For more details see [8, proofs of Theorem 1.5 and 1.7]  $\square$

#### 4. SOME OTHER KNOWN RESULTS

**Hardy inequality of the first order.** There are many other characterizations of the Hardy inequality with the first order of derivative. Let us mention one of them.

In papers of Beesack [2] and Tomaselli [21] the Hardy inequality (2.3), for  $1 < p = q < \infty$ , is connected with a condition that a certain nonlinear ordinary differential equation has a solution with certain properties. Let us present here a result of [7] (for  $u(0) = 0$ ) which extends [21] to the case  $p \leq q$ .

**Theorem 4.1.** Let  $1 \leq p \leq q \leq \infty$  and  $w_1, w_2$  be weights on  $(0, \infty)$ ,  $w_2$  differentiable on  $(0, \infty)$ . Then the following conditions are equivalent.

- (i) There exists a constant  $C > 0$  such that the inequality

$$\left( \int_0^\infty |u(x)|^q w_1(x) dx \right)^{1/q} \leq C \left( \int_0^\infty |u'(x)|^p w_2(x) dx \right)^{1/p}$$

holds for every locally absolutely continuous function  $u$  on  $(0, \infty)$  satisfying  $u(0) = 0$ .

- (ii) There exists  $\eta > 0$  such that the differential equation

$$\eta \frac{d}{dx} (w_2(x)^{q/p} y'(x)^{q/p'}) + w_1(x) y(x)^{q/p'} = 0$$

has a solution  $y(x)$  whose first derivative  $y'(x)$  is locally absolutely continuous and such that

$$y(x) > 0 \quad \text{and} \quad y'(x) > 0 \quad \text{for all } x \in (0, \infty).$$

In this paper one can also find explicit formulas for one of the weights  $w_1, w_2$  expressed by the other one, so that the statement (i) of Theorem 4.1 holds. For the case  $p = q$  see also [16].

**Hardy inequality of fractional order.** For the sake of completeness we present some alternative conditions guaranteeing validity of inequalities of the type (3.1). Unfortunately, the conditions are only sufficient.

**Theorem 4.2** (Burenkov and Evans [4]). Let  $p \in (0, \infty)$  and let  $w_2$  be a weight on  $(0, \infty)$ . Assume that the function  $w_1(t) = \int_t^\infty w_2(s) ds$  satisfies  $w_1(t) \leq c w_1(2t)$ ,  $t \in (0, \infty)$ , with some  $c \in (1, 2)$ . Then

$$\left( \int_0^\infty |u(t)|^p w_1(t) dt \right)^{1/p} \lesssim \left( \int_0^\infty \int_0^\infty |u(t) - u(s)|^p w_2(|t-s|) dt ds \right)^{1/p}$$

for all  $u \in L^p(0, \infty)$ .

**Theorem 4.3** (Heinig, Kufner and Persson [11]). Let  $p \in (1, \infty)$ . Assume that either condition (3.6) and  $\sup_{x>0} \left( \int_x^\infty w_1(s) ds \right)^{1/p} \left( \int_0^x w_2^{-p'/p}(s) ds \right)^{1/p'} < \infty$  are satisfied, or condition (3.7) and  $\sup_{x>0} \left( \int_0^x w_1(s) ds \right)^{1/p} \left( \int_x^\infty w_2^{-p'/p}(s) ds \right)^{1/p'} < \infty$  hold. Let  $\beta \geq 0$  and put

$$v(t) = t^{\beta-1} w_1(t) + t^{\beta-1-p} w_2(t), \quad t > 0.$$

Then

$$\left( \int_0^\infty |u(t)|^p w_1(t) dt \right)^{1/p} \lesssim \left( \int_0^\infty \int_0^t \frac{|u(t) - u(s)|^p}{|t-s|^\beta} v(t) dt ds \right)^{1/p}.$$

**Concluding remark.** We would like to refer the reader to the monographs [20], [15], [14] and the references therein for more information about various generalizations of Hardy's inequality as well as about the history of the corresponding research.

**Ecknowledgement.** The author would like to thank an anonymous referee for carefully reading the manuscript and finding typos.

## REFERENCES

- [1] R. A. Adams and J. J. F. Fournier. *Sobolev spaces*, volume 140 of *Pure and Applied Mathematics (Amsterdam)*. Elsevier/Academic Press, Amsterdam, second edition, 2003.
- [2] P. R. Beesack. Hardy's inequality and its extensions. *Pacific J. Math.*, 11:39–61, 1961.
- [3] C. Bennett and R. Sharpley. *Interpolation of operators*, volume 129 of *Pure and Applied Mathematics*. Academic Press, Inc., Boston, MA, 1988.
- [4] V. I. Burenkov and W. D. Evans. Weighted Hardy-type inequalities for differences and the extension problem for spaces with generalized smoothness. *J. London Math. Soc. (2)*, 57(1):209–230, 1998.
- [5] D. E. Edmunds, P. Gurka, and L. Pick. Compactness of Hardy-type integral operators in weighted Banach function spaces. *Studia Math.*, 109(1):73–90, 1994.
- [6] P. Grisvard. Espaces intermédiaires entre espaces de Sobolev avec poids. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa (3)*, 17:255–296, 1963.
- [7] P. Gurka. Generalized Hardy's inequality. *Časopis Pěst. Mat.*, 109(2):194–203, 1984.
- [8] P. Gurka and B. Opic. Sharp Hardy inequalities of fractional order involving slowly varying functions. *J. Math. Anal. Appl.*, 386(2):728–737, 2012.
- [9] G. H. Hardy. Note on a theorem of Hilbert. *Math. Z.*, 6(3-4):314–317, 1920.
- [10] G. H. Hardy, J. E. Littlewood, and G. Pólya. *Inequalities*. Cambridge Mathematical Library. Cambridge University Press, Cambridge, 1988. Reprint of the 1952 edition.
- [11] H. P. Heinig, A. Kufner, and L.-E. Persson. On some fractional order Hardy inequalities. *J. Inequal. Appl.*, 1(1):25–46, 1997.
- [12] G. N. Jakovlev. Boundary properties of a class of functions. *Trudy Mat. Inst. Steklov.*, 60:325–349, 1961.
- [13] A. Kufner, O. John, and S. Fučík. *Function spaces*. Noordhoff International Publishing, Leyden; Academia, Prague, 1977. Monographs and Textbooks on Mechanics of Solids and Fluids; Mechanics: Analysis.
- [14] A. Kufner, L. Maligranda, and L.-E. Persson. *The Hardy inequality*. Vydatelský Servis, Plzeň, 2007. About its history and some related results.
- [15] A. Kufner and L.-E. Persson. *Weighted inequalities of Hardy type*. World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, NJ, 2003.
- [16] A. Kufner and H. Triebel. Generalizations of Hardy's inequality. *Confer. Sem. Mat. Univ. Bari*, (156):21 pp. (1979), 1978.
- [17] E. Landau. A Note on a Theorem Concerning Series of Positive Terms: Extract from a Letter of Prof. E. Landau to Prof. I. Shur. *J. London Math. Soc.*, S1-1(1):38–39, 1926.
- [18] V. G. Maz'ja. *Sobolev spaces*. Springer Series in Soviet Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 1985. Translated from the Russian by T. O. Shaposhnikova.
- [19] B. Muckenhoupt. Hardy's inequality with weights. *Studia Math.*, 44:31–38, 1972. Collection of articles honoring the completion by Antoni Zygmund of 50 years of scientific activity, I.
- [20] B. Opic and A. Kufner. *Hardy-type inequalities*, volume 219 of *Pitman Research Notes in Mathematics Series*. Longman Scientific & Technical, Harlow, 1990.
- [21] G. Tomaselli. A class of inequalities. *Boll. Un. Mat. Ital.* (4), 2:622–631, 1969.

# O HARDYHO NEROVNOSTECH OBSAHUJÍCÍCH DERIVACE ŘÁDU

## $\lambda \in (0, 1]$

KONTAKTNÍ ÚDAJE:

doc. RNDr. Petr Gurka, CSc.  
College of Polytechnics Jihlava  
Department of Mathematics  
Tolstého 16  
586 01 Jihlava  
Czech Republic  
e-mail: petr.gurka@vspj.cz

ABSTRAKT. V tomto příspěvku se zabýváme nerovností Hardyho typu

$$\left( \int_a^b |u(x)|^q w_1(x) dx \right)^{1/q} \leq C \left( \int_a^b |u^{(\lambda)}(x)|^p w_2(x) dx \right)^{1/p}$$

na intervalu  $(a, b) \subset \mathbb{R}$ , kde  $1 \leq p \leq q \leq \infty$ ,  $w_1$  a  $w_2$  jsou kladné měřitelné funkce a konstanta  $C > 0$  je nezávislá na funkci  $u$ , která splňuje vhodné okrajové podmínky. Symbolem  $u^{(\lambda)}$  značíme derivaci funkce  $u$  řádu  $\lambda$ .

Nejdříve se zabýváme případem  $\lambda = 1$ , potom nerovností, kde  $\lambda \in (0, 1)$  a  $p = q$ .

KLÍČOVÁ SLOVA:

Hardyho nerovnost, derivace necelého řádu, SW-funkce, Muckenhouptovy podmínky



# LOGOS POLYTECHNIKOS

---

---

Odborný recenzovaný časopis Vysoké školy polytechnické Jihlava, který svým obsahem reflektuje zaměření studijních programů VŠPJ. Tematicky je zaměřen do oblastí společenskovědních a technických.

Časopis vychází 4x ročně

Náklad 25 výtisků

**Šéfredaktor:** doc. Dr. Ing. Jan Voráček, CSc.

**Odpovědný redaktor čísla:**

RNDr. Radek Stolín, Ph.D.

**Editor:** Mgr. Alena Šetková (komunikace s autory a recenzenty)

**Technické zpracování:** Lukáš Mikula

**Web editor:** Mgr. Alena Šetková

**Redakční rada:**

doc. PhDr. Ladislav Benyovszky, CSc. (Univerzita Karlova v Praze)

prof. PhDr. Ivan Blecha, CSc. (Univerzita Palackého v Olomouci)

doc. RNDr. Helena Brožová, CSc. (Česká zemědělská univerzita v Praze)

doc. Mgr. Ing. Martin Dlouhý, Dr. (Vysoká škola ekonomická v Praze)

prof. Ing. Tomáš Dostál, DrSc. (Vysoké učení technické v Brně)

Ing. Jiří Dušek, Ph.D. (Vysoká škola evropských a regionálních studií)

Ing. Veronika Hedija, Ph.D. (Vysoká škola polytechnická Jihlava)

doc. PhDr. Martin Hemelík, CSc. (Univerzita Karlova v Praze)

prof. RNDr. Ivan Holoubek, CSc. (Masarykova univerzita)

Mgr. Petr Chládek, Ph.D. (Vysoká škola technická a ekonomická a Českých Budějovicích)

prof. PhDr. Ivo Jirásek, Ph.D. (Univerzita Palackého v Olomouci)

prof. Ing. Bohumil Minařík, CSc. (Vysoká škola polytechnická Jihlava)

doc. PhDr. Ján Pavlík (Vysoká škola ekonomická v Praze)

doc. PhDr. Karel Pstružina, CSc. (Vysoká škola ekonomická v Praze)

prof. MUDr. Aleš Roztočil, CSc. (Vysoká škola polytechnická Jihlava)

prof. Ing. Jan Váchal, CSc. (Vysoká škola technická e ekonomická v Českých Budějovicích)

doc. Ing. Libor Žídek, Ph.D (Masarykova univerzita v Brně)

**Pokyny pro autory** a deklarovaná forma příspěvků jsou dostupné na

<https://www.vspj.cz/tvurci-cinnost-a-projekty/casopisy-vspj/logos-polytechnikos>

**Zasílání příspěvků**

Redakce přijímá příspěvky v českém, slovenském a anglickém jazyce elektronicky na adresu [logos@vspj.cz](mailto:logos@vspj.cz)

**Adresa redakce:**

Vysoká škola polytechnická Jihlava, Tolstého 16, 586 01 Jihlava

**Distribuce:** časopis je dostupný v elektronické podobě na webových stránkách VŠPJ.  
V omezeném množství jej lze vyžádat zdarma na adresu redakce.

Vytiskl: AMAPRINT-Kerndl s.r.o., Třebíč

Vydání: prosinec 2016

© Vysoká škola polytechnická Jihlava

**ISSN 1804-3682 (PRINT)**

**ISSN 2464-7551 (ONLINE)**

Registrace MK ČR E 19390

## RECENZENTI ČÍSLA 4/2016

PaedDr. Dana Bednářová (Vysoká škola ekonomická v Praze)

Mgr. Ivana Musilová (Vysoká škola ekonomická v Praze)

Mgr. Petr Hasil, Ph.D. (Mendelova univerzita v Brně)

Mgr. Simona Fišnarová, Ph.D. (Mendelova univerzita v Brně)

PhDr. Renata Vystrčilová, Ph.D. (Univerzita Palackého v Olomouci)

PhDr. Tamara Váňová (Masarykova univerzita)

doc. Ing. Jan Sucháček, Ph.D. (Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava)

doc. Ing. Marie Hesková, CSc. (Vysoká škola ekonomická v Praze)

RNDr. Petr Kubera, Ph.D. (Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem)

Ing. Pavel Haluza, Ph.D. (Mendelova univerzita v Brně)